

## Számok és műveletek

<p>Összeadás:</p> <p>a) <b>összeg</b></p> <div style="text-align: center;"> <math display="block">\overbrace{54 + 19}^{\text{összeg}} = (73 =) 19 + 54</math> </div> <p><b>tagok</b></p> <p>b)</p> $(6 + 5) + 3 = 6 + (5 + 3)$	$a + b = b + a$ <p>Összeadásnál a tagok felcserélhetők. (kommutatív tulajdonság)</p> $(a + b) + c = a + (b + c)$ <p>Összeadásnál a tagok csoportosíthatók. (asszociatív tulajdonság)</p>
<p>Kivonás:</p> <p>a) <b>különbség</b></p> <div style="text-align: center;"> <math display="block">\overbrace{54 - 19}^{\text{különbség}} = 35 \quad 19 - 54 \neq 35</math> </div> <p><b>kisebbitendő</b></p> <p><b>kivonandó</b></p> <p>b)</p> $(9 - 5) - 3 \neq 9 - (5 - 3)$	$a - b \neq b - a$    $(a - b) - c \neq a - (b - c)$

- 1.** Végezd el a kijelölt műveleteket a betűk helyére írt számokkal! Húzd alá azokat a műveleteket, amelyek végeredménye természetes szám!

$A = 12\,807$

$B = 5968$

$C = 321$

$D = 102$

a)  $A - B =$

b)  $(A - B) - (D + E) =$

c)  $B - A =$

d)  $A + B + D =$

- 2.** Számold ki! Keress egyenlőket, kösd össze őket! Figyelj a műveleti sorrendre!

$24 + (4 + 2) =$

$24 - 2 - 4 =$

$24 - (4 + 2) =$

$24 - (2 - 4) =$

$24 - 4 + 2 =$

$24 + 2 + 4 =$

$(24 + 2) + 4 =$

$(24 - 4) + 2 =$

**3.** Számítsd ki! Figyelj a műveletek sorrendjére!

a)  $\left(\frac{1}{15} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{5}{9} - \frac{1}{5}\right) - \left(\frac{4}{3} + \frac{11}{9}\right) + \frac{4}{5} =$

b)  $3,75 - (1,6 + 1,8) - (1,4 - 4) + (5 - 4,2) - (0,1 + 0,35) =$

c)  $-\left(0,5 + 1,25 + \frac{1}{3}\right) + \left(2,6 - \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{5}{3} + \frac{3}{5}\right) =$

d)  $\left(\frac{5}{8} - 0,25\right) + \left(\frac{7}{12} - \frac{5}{6}\right) + \left(\frac{5}{6} + \frac{6}{5}\right) - \frac{1}{12} - \left(1 + \frac{19}{20}\right) =$

**4.** Keresd meg a szabályt! Töltsd ki a táblázatot!

<i>a</i>	23,5	0,73		43,9	9813	36,4
<i>b</i>	1,9	2,01	1,01			
<i>c</i>	44,65	1,4673	8,989	1	0	83,72

Szabály: .....

<p>Szorzás:</p> <p>a)</p> <div style="text-align: center;"> <p style="margin: 0;"><math>3 + 3 + 3 + 3 + 3 = \overbrace{3 \cdot 5}^{\text{szorzat}} = 15</math></p> <p style="margin: 0;"><math>\underbrace{\quad \quad \quad}_{\text{tényezők}}</math></p> </div> <p>A szorzás sorozatos összeadás.</p> <p>b)</p> $3 \cdot (4 \cdot 5) = (3 \cdot 4) \cdot 5$ <p>c)</p> $4 \cdot (3 + 5) = 4 \cdot 3 + 4 \cdot 5$	<p style="text-align: center;"><math>a \cdot b = b \cdot a</math></p> <p>Szorzásnál a tényezők <b>felcserélhetők.</b> (kommutatív tulajdonság)</p> <p style="text-align: center;"><math>(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)</math></p> <p>Szorzásnál a tényezők <b>csoportosíthatók.</b> (asszociatív tulajdonság)</p> <p style="text-align: center;"><math>(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c</math></p> <p>Összeget úgy is szorozhatunk, hogy a tagokat külön-külön megszorozzuk, majd a szorzatokat összeadjuk (disztributív tulajdonság).</p>
---	--

## SZÁMOK ÉS MŰVELETEK

**5.** Számold ki a szorzatokat! Az ellenőrzést a tényezők felcserélésével végezd el!

a)  $(-607) \cdot (-289)$

$(-289) \cdot (-607)$

b)  $(-700,98) \cdot 5,301$

$5,301 \cdot (-700,98)$

c)  $\frac{84}{55} \cdot \frac{22}{7} =$

$\frac{22}{7} \cdot \frac{84}{55} =$

d)  $\left(-\frac{5}{17}\right) \cdot \left(2\frac{14}{15}\right) =$

$2\frac{14}{15} \cdot \left(-\frac{5}{17}\right) =$

**6.** Számold ki! Keress egyenlőket, és kösd össze őket! Figyelj a műveleti sorrendre!

$32 \cdot 7 + 23 \cdot 7 =$

$32 - 23 \cdot 7 =$

$32 + 23 \cdot 7 =$

$(32 + 23) \cdot 7 =$

$32 \cdot 7 + 23 =$

$32 \cdot 7 - 23 \cdot 7 =$

$(32 - 23) \cdot 7 =$

$32 \cdot 7 - 23 =$

**7.** Végezd el a kijelölt műveleteket! Figyelj a műveleti sorrendre! Egyszerűsíts, ha lehet!

a)  $\frac{2}{3} - \frac{8}{21} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{7} - \frac{1}{7} \cdot \frac{4}{3} =$

b)  $3,5 \cdot \frac{6}{7} + \frac{5}{4} \cdot \frac{56}{21} + \frac{5}{7} - \frac{15}{35} =$

c)  $\left(\frac{22}{33} - \frac{19}{38} + \frac{14}{16}\right) \cdot \left(\frac{22}{33} + \frac{7}{28}\right) =$

d)  $\left(\frac{4}{3} + \frac{1}{5}\right) - \left(\frac{4}{15} \cdot \frac{5}{16} - \frac{4}{15} \cdot \frac{25}{8}\right) \cdot 0,6 + \frac{3}{5} \cdot 0,25 =$

8. Végezd el az osztásokat, a maradékokat karikázd be! Végezz ellenőrzést!

$78,3 : 0,17 =$

$0,1975 : 3,3 =$

$5,364 : 8,7 =$

Ellenőrzés:

Osztás:

**hányados**

$17 : 4 = 4$

①

**osztó**

**osztandó**

**maradék**

b)

$(12 \pm 4) : 4 = 12 : 4 \pm 4 : 4$

c)

$(12 : 6) : 2 \neq 12 : (6 : 2)$

$a : b \neq b : a$

$(a \pm b) : c = a : c \pm b : c$

Összeget (különbséget) úgy is oszthatunk, hogy a tagokat külön-külön elosztjuk, majd a hányadosokat összeadjuk (kivonjuk).

$(a : b) : c \neq a : (b : c)$

9. Végezd el az osztásokat, a maradékokat karikázd be! Végezz ellenőrzést szorzással!

a)  $(-8895) : 15 =$

b)  $(-109,47) : (-0,123) =$

c)  $\left(-\frac{945}{1035}\right) : \frac{63}{46} =$

d)  $1\frac{252}{546} : \frac{133}{91} =$

**10.** Végezd el a műveleteket! Keress egyenlőket, kösd őket össze! Figyelj a műveleti sorrendre!

$(18 \cdot 54) : 3 =$

$54 : 18 : 3 =$

$18 \cdot (54 : 3) =$

$(54 : 3) \cdot 18 =$

$18 : 3 \cdot 54 =$

$54 \cdot (18 : 3) =$

**11.** Végezd el a műveleteket! A műveletek eredményeit írd be a halmazábra megfelelő részébe! A beíráshoz használd a betűjelüket!

a)  $\frac{28}{16} \cdot \frac{12}{21} =$

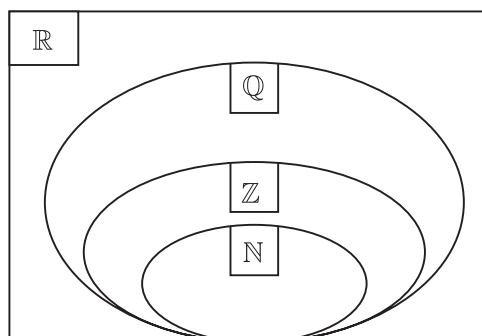
b)  $\left(-\frac{7}{17}\right) \cdot 1\frac{1}{16} =$

c)  $\frac{46}{63} : \frac{23}{42} =$

d)  $\frac{14}{15} : \frac{28}{90} : (-3) =$

e)  $67,5 \cdot (-1,2) =$

f)  $0,72 : 0,0009 =$



**12.** Végezd el a kijelölt műveleteket! Ügyelj a műveletvégzés sorrendjére!

a)  $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{8} - (0,75) =$

b)  $\frac{7}{2} : \frac{21}{4} + \frac{5}{3} : \frac{5}{7} =$

c)  $\frac{4}{3} + \frac{2}{15} : 6 - \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{8} =$

d)  $\left(\frac{6}{7} - \frac{3}{8}\right) \cdot \left(\frac{5}{4} + \frac{4}{3}\right) =$

e)  $(-32,64) : 0,64 - (+14,7) \cdot (-3,5) =$

**13.** Végezd el a kijelölt műveleteket! Figyelj a műveleti sorrendre! Egyszerűsíts, ha lehet!

a)  $\left(\frac{68}{85} - \frac{28}{42} + \frac{55}{66}\right) : \left(1\frac{38}{57} + 1,4 - 2\frac{37}{74}\right) =$

b)  $\left(\frac{52}{78} - \frac{68}{85} + \frac{75}{90}\right) : \left(1\frac{34}{51} + 1,4 - 2\frac{37}{74}\right) =$

c)  $\left(1,5 - \frac{22}{33} + \frac{18}{24}\right) : \left(0,5 \cdot 5 + \frac{19}{38} \cdot 3 - 0,75\right) =$

d)  $\left(\frac{39}{52} - \frac{28}{42} + 0,4 : \frac{3}{5}\right) : \left(1,75 \cdot 2 - 4\frac{17}{34} : 3 + \frac{19}{57}\right) =$

<p>Hatványozás:</p> <p>Több azonos tényezőt tartalmazó szorzat rövidebben írva:</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> <p style="margin: 0;"><math>3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 = 81</math></p> </div>	<p>Általánosán:</p> $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_m = a^m$ <p><math>a^m</math> olyan <math>m</math> tényezős szorzat, amelynek minden tényezője <math>a</math>. (<math>m</math> 1-nél nagyobb természetes szám) Ha <math>m = 1</math>, akkor definíció szerint <math>a^1 = a</math>. Ha <math>a \neq 0</math>, akkor definíció szerint <math>a^0 = 1</math>.</p> <p>Műveletek azonos alapú hatványokkal:</p> $m, n \in \mathbb{N}$ $a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$ $\frac{a^m}{a^n} = a^m : a^n = a^{m-n}, \text{ ahol } a \neq 0$
--	--

**14.** A feladatgyűjtemény végén található hatványtáblázat segítségével számold ki!

$2^3 = \dots\dots\dots; 3^2 = \dots\dots\dots; 5^1 = \dots\dots\dots; 6^0 = \dots\dots\dots; 4^7 = \dots\dots\dots; 8^5 = \dots\dots\dots; 9^4 = \dots\dots\dots$

**15.** Írd fel a szorzatokat hatványalakban!

a)  $5^3 \cdot 5^4 =$

b)  $3^9 \cdot 3^0 =$

c)  $4^3 \cdot 4^2 \cdot 4^4 =$

## SZÁMOK ÉS MŰVELETEK

d)  $6^2 \cdot 6^3 =$

e)  $a^3 \cdot a^4 \cdot a^5 =$

f)  $y^x \cdot y^z \cdot y^t =$

**16.** Add meg a hányadost hatványalakban!

a)  $5^6 : 5^4 =$

b)  $3^9 : 3^4 =$

c)  $8^7 : 8^4 =$

d)  $\frac{6^5}{6^3} =$

e)  $\frac{2^3}{2^5} =$

f)  $\frac{x^5}{x^3} =$

**17.** Végezd el a hatvány hatványozását!

a)  $(3^2)^3 =$

b)  $(2^4)^3 =$

c)  $(7^2)^5 =$

Műveletek azonos kitevőjű hatványokkal

$$2^4 \cdot 3^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$$

$$(2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) = (2 \cdot 3)^4$$

$$\frac{2^3}{3^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

Általánosan:

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m \quad m \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m \quad b \neq 0; m \in \mathbb{Z}$$

**18.** Végezd el a számításokat!

a)  $\frac{15^4}{20^4} = \left(\frac{15}{20}\right)^4 = \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{81}{256}$

b)  $\frac{24^4}{16^4} =$

c)  $\frac{20^4}{4^4} =$

d)  $\frac{2^5}{4^5} =$

Vigyázz!

$$(-4)^2 \neq -4^2$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^3 \neq \frac{3^3}{4}$$

$$(-4)^2 = (-4) \cdot (-4) = 16$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3^3}{4^3} = \frac{27}{64}$$

$$-4^2 = -(4 \cdot 4) = -16$$

$$\frac{3^3}{4} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{4} = \frac{27}{4}$$



**19.** Hasonlítsd össze a hatványokat! Írd közéjük a megfelelő (<; >; =) jelet!

a)  $4^5$     $3^5$

b)  $(-5)^4$     $-5^4$

c)  $23^0$     $(-23)^0$

d)  $0,1^3$     $0,001^1$

e)  $(-5)^3$     $-5^3$

f)  $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$     $-\left(\frac{3}{4}\right)^2$

**20.** Számítsd ki a következő hatványok értékét a feladatgyűjtemény végén található hatványtáblázat segítségével!

a)  $(2^4)^3 =$

b)  $(3^5)^3 =$

c)  $\left(\left(\frac{5}{6}\right)^3\right)^5 =$

d)  $\left(\left(-\frac{2}{3}\right)^3\right)^3 =$

e)  $\left(-\left(\frac{5}{7}\right)^4\right)^3 =$

f)  $\frac{9^7}{6^7} =$

**21.** A feladatgyűjtemény végén található hatványtáblázat segítségével állapítsd meg, milyen számjegyre végződnek a következő hatványok!

a)  $2^{15} = \dots\dots\dots$

$2^{24} = \dots\dots\dots$

$2^{33} = \dots\dots\dots$

$2^{18} = \dots\dots\dots$

b)  $3^{10} = \dots\dots\dots$

$3^{23} = \dots\dots\dots$

$3^{32} = \dots\dots\dots$

$3^{19} = \dots\dots\dots$

c)  $4^{13} = \dots\dots\dots$

$4^{10} = \dots\dots\dots$

$5^7 = \dots\dots\dots$

$6^{11} = \dots\dots\dots$

d)  $8^9 = \dots\dots\dots$

$8^{12} = \dots\dots\dots$

$8^{14} = \dots\dots\dots$

$8^{15} = \dots\dots\dots$

**Osztó, többszörös, oszthatóság**

**22.** Egy téglalap területe  $36 \text{ cm}^2$ . Mekkora lehetnek az oldalai, ha a mérőszámok centiméterben mérve egész számok? Melyiknek a legkisebb a kerülete? A táblázat segít a megoldásban!

$a$					
$b$					
$K$					

Annak a téglalapnak legkisebb a kerülete, amelynek oldalai .....

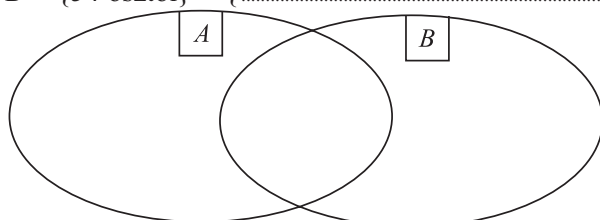
**23.** Hány osztója van a 324-nek? Sorold fel! Segít a szám prímtényező felbontása, de dolgozhatsz osztópárokkal is!  $A = \mathbb{N}$

A 324-nek .....osztója van.

**24.** Sorold fel a két halmaz elemeit, és helyezd el a halmazábrába a számokat!

$A = \{36 \text{ osztói}\} = \{.....\}$

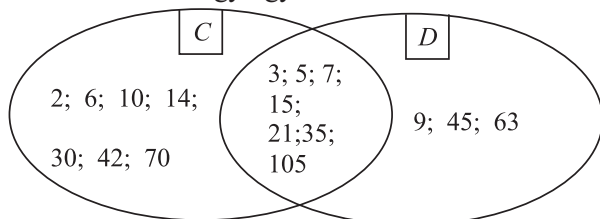
$B = \{54 \text{ osztói}\} = \{.....\}$



Sorold fel a 36 és 54 közös osztóit: .....

Keresd meg a közös osztók közül a legnagyobbat!  $(36;54) = .....$

**25.** A  $C$  és  $D$  halmaz egy-egy összetett szám 1-en és önmagán kívüli (csak valódi) osztóit tartalmazza.



Melyik ez a két szám?

A két szám: .....

A 3 osztója a 12-nek, mert van olyan természetes szám – a 4 –, amellyel a 3-at megszorozva 12-t kapunk. A 12 többszöröse a 3-nak, mert  $12 = 3 \cdot 4$ . Jelölés:  $3 \mid 12$ .

Általánosan:

Egy  $b$  természetes szám osztója egy  $a$  természetes számnak, ha létezik olyan  $c$  természetes szám, amelyre igaz, hogy  $a = b \cdot c$ . Jelölés:  $b \mid a$ .

Ekkor a  $b$  és  $c$  számot  $a$  szám osztójának, az  $a$  számot  $b$  és  $c$  számok többszörösének nevezzük.

Az 1 minden természetes számnak osztója, és a 0 minden természetes számnak többszöröse.

12 osztói: 1; 2; 3; 4; 6; 12. Ezek közül a 2; 3; 4; 6-ot a 12 valódi osztóinak, az 1-et és a 12-t nem valódi osztóinak nevezzük.

Törzsszámnak vagy prímszámnak nevezzük azokat a természetes számokat, amelyeknek pontosan két osztója van a természetes számok körében. Néhány törzsszám (prímszám): 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37 ...

Azokat a természetes számokat, amelyeknek van valódi osztója a természetes számok körében, összetett számoknak nevezzük. (Lásd a 12-t!)

Minden összetett szám egyértelműen felbontható prímtényezők szorzatára.

$$12 \mid 2$$

$$6 \mid 2$$

$$3 \mid 3$$

$$1 \mid$$

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$$

A prímtényező bontásokhoz segítséget adnak a tanult oszthatósági szabályok.

2; 5; 10-zel való oszthatóság eldönthető az utolsó számjegyből.  
4; 20; 25; 50; 100-zal való oszthatóság az utolsó két számjegyből álló kétjegyű számból állapítható meg.

A 3-mal; 9-cel való oszthatóság a számjegyek összegéből határozható meg.

**26.** Írd föl a 432-t prímszámok szorzataként!

$$432 \mid \quad 432 =$$

**27.** A 234-et és 630-at írd föl prímtényezők szorzataként!

$$234 =$$

$$630 =$$

Egyszerűsítsd a következő törtet a prímtényező szorzat segítségével!

$$\frac{234}{630} =$$