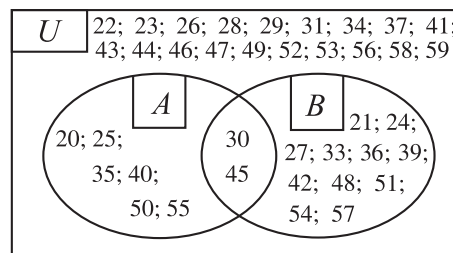


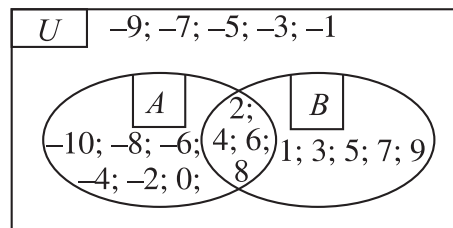


Halmazelmélet

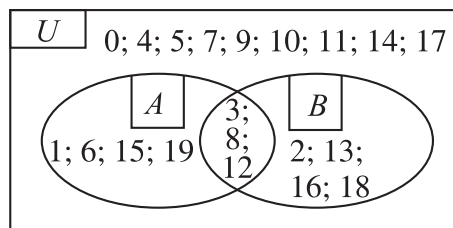
1. a) 30, 45;
 b) 20, 25, 35, 40, 50, 55;
 c) 20, 21, 24, 25, 27, 30, 33, 35, 39, 40, 42, 45, 48, 50, 51, 54, 55, 57;
 d) 22, 23, 26, 28, 29, 31, 34, 37, 38, 41, 43, 44, 46, 47, 49, 52, 53, 56, 58, 59.



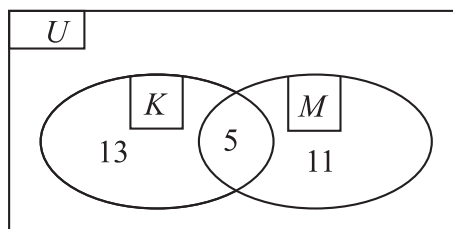
2. a) {2; 4; 6; 8};
 b) {-10; -8; -6; -4; -2; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9};
 c) {1; 3; 5; 7; 9};
 d) {-9; -7; -5; -3; -1}.



3. $A \cap B = \{3; 8; 12\}$,
 $A \cup B = \{1; 2; 3; 6; 8; 12; 13; 15; 16; 18; 19\}$,
 $A \setminus B = \{1; 6; 15; 19\}$,
 $B \setminus A = \{2; 13; 16; 18\}$.



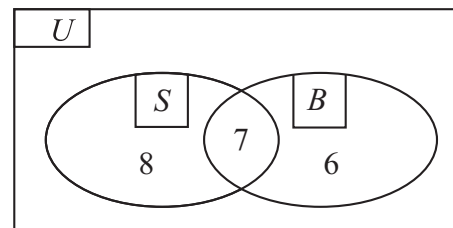
4. Mind a két szakkörbe 5-en járnak.



5. Legalább egy táborban 21 tanuló volt.

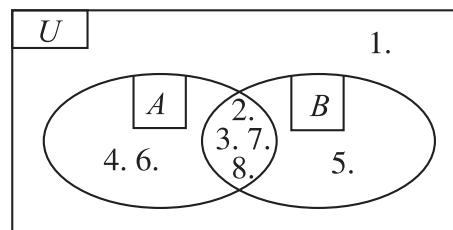
Csak egy táborban 14 tanuló volt.

Mindkét táborban 7-en voltak.



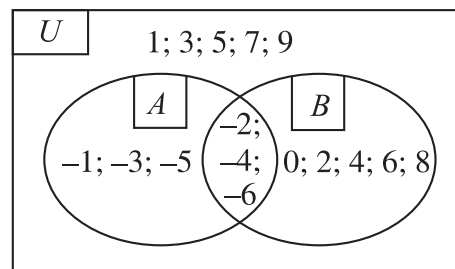
6. $A \cap B = \{2; 3; 7; 8\}$,
 $A \cup B = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$,
 $A \setminus B = \{4; 6\}$,
 $B \setminus A = \{5\}$.

A tengelyesen és középpontosan szimmetrikus négyszögek sorszámai: 2., 3., 7., 8.



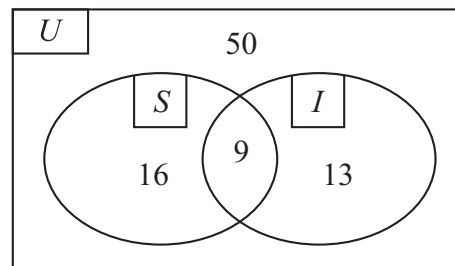
HALMAZELMÉLET

7. $A = \{-1; -2; -3; -4; -5; -6\}$,
 $A \setminus B = \{-1; -3; -5\}$,
 $(A \cup B) = \{1; 3; 5; 7; 9\}$,
 $B = \{-6; -4; -2; 0; 2; 4; 6; 8\}$,
 $\bar{B} = \{-5; -3; -1; 1; 3; 5; 7; 9\}$.

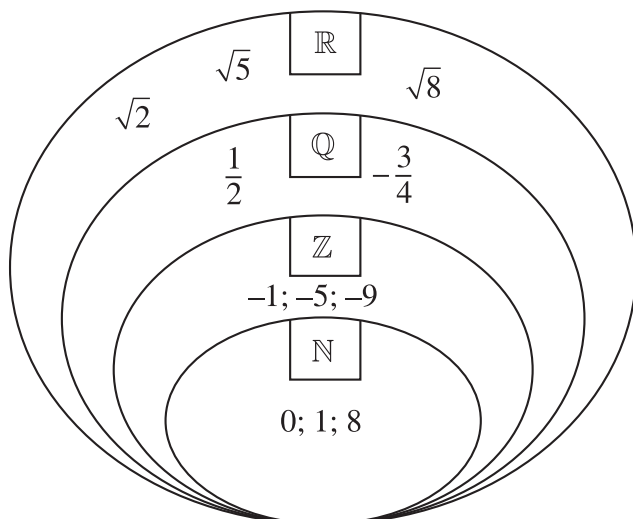


8. Legalább egy szakkörre 38-an járnak.

Az informatika szakkörre 22-en, a sportjátékok szakkörre 25-en jelentkeztek.



- 9.



Logika

1. I, H, H, I, H, I, H, I, I

2. – Odakint nem süt a nap, vagy nem esik az eső.
– Az ördög nem veri a feleségét, és nem alszik.
– Kásás nem dob mellé, vagy a labda nem repül a levegőben.
– Pista nem alszik, és dolgozik.
– Ha nem esik az eső, akkor nem vizes a fű.

3. I, I, H, H

4. Dénes.

5. Dani.

6.

Helyezettek	1.	2.	3.	4.	5.
Pontok	3	2,5	2	1,5	1

7. 3-féleképpen:

- 5 döntetlen (1 + 1 + 1 + 1 + 1),
- 3 döntetlen, 1 győzelem, 1 vereség (1 + 1 + 1 + 2 + 0),
- 2 győzelem, 2 vereség, 1 döntetlen (2 + 2 + 0 + 0 + 1)

8. Ne menjen ki a rendőr.

9. Aladár igazmondó, Barnabás hazug.

10. Kérdés: Mit mondana a másik, merre induljak Kukutyinba? (A másik irányba indulnék el.)

11. Két kobold van, Ármin és Zénó.

12. Vadmacska, házi galamb.

13. H – Egy ötszögnek 5 átlója van.

H – Minden húrnégyszög köré írható kör.

H – A nulla reciproka nem értelmezhető.

H – Minden prímszámnak csak 2 osztója van.

14. H, I, H, H, H, I

15. 1 igaz állítás van. „A bekeretezett szövegben 8 állítás hamis.”

Kombinatorika

Sorrendek összeszámlálása

- 1.** A lehetséges sorrendek száma: JAD, JDA, ADJ, AJD, DAJ, DJA.
- 2.** Péter $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ -féle sorrendben készülhet fel a másnapi órákra.
- 3.** Összesen **120** ötjegyű számot készíthetünk.
a) 24; b) 48; c) 24; d) 18.
- 4.** Összesen **600** hatjegyű számot készíthetünk.
a) 96; b) 192; c) 120; d) 72.
- 5.** A hat golyót **60**-féleképpen állíthatjuk sorba.
- 6.** **120** héten keresztül tarthat a kártyacsata az adott feltételek mellett.
- 7.** Az origóból *A*-ba **792**-féle módon juthatunk el.
- 8.** a) **35**-féle módon; b) **21**-féle módon;
c) **35**-féle módon; d) **128**-féle módon.
- 9.** A maratoni versenyen **3 628 800**-féle befutási sorrend lehetséges.
- 10.** A megadott feltételnek **70** szám felel meg.

Kiválasztási feladatok (a sorrend is számít)

- 11.** A szigetnek legfeljebb **604 800** lakosa lehet.
- 12.** Az utakon **17 576 000** különböző rendszámú autó futhat.
- 13.** Az adott feltételnek **90** ötjegyű szám felel meg.
- 14.** $6^3, 6^4, 6^5, 6^6$.
- 15.** Az első három helyezés **336**-féleképpen lehetséges.

Kiválasztási feladatok (a sorrend nem számít)

- 16.** Zsófinak **105-ször** kell fagyaltot vennie a nyáron.
- 17.** Az osztály tanulói közül a diáktanács tagjait **192**-féle módon választhatták ki.

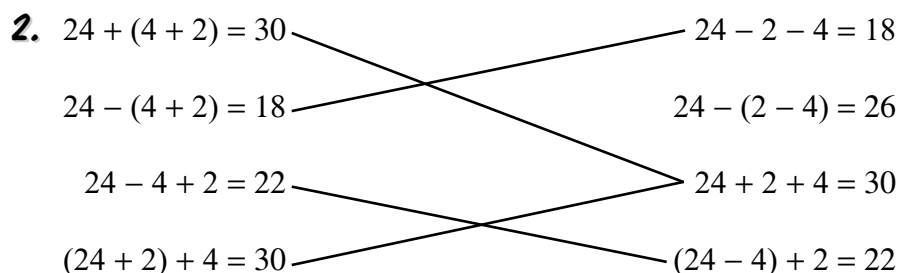
KOMBINATORIKA

- 18.** Az a) esetben **495**, a b) esetben **210**-féle választási lehetőség van.
- 19.** A buszjegyen **84**-féle különböző lyukasztás lehetséges.
- 20.** a) 150 módon; b) 100 módon; c) 15 módon; d) 265 módon lehetséges.
- 21.** Tíz csoki vásárlása 1001-féleképpen lehetséges.
- 22.** A kezdő játékosnak lehet nyerő stratégiája. Először átlósan kell lépnie, majd utánoznia kell a második játékos lépéseit.
- 23.** A 103-at kell két szám összegére bontani. Legyen a két szám legnagyobb közös osztója x ! Az x -nek osztani kell a két szám összegét is, de a 103 prím, ezért x csak az 1 lehet. Ezért mindig Péter nyer.

Számok és műveletek

1. a) 6 839; b) 6 416; c) -6 839; d) 18 877.

2. $24 + (4 + 2) = 30$ $24 - (4 + 2) = 18$ $24 - 4 + 2 = 22$ $(24 + 2) + 4 = 30$	$24 - 2 - 4 = 18$ $24 - (2 - 4) = 26$ $24 + 2 + 4 = 30$ $(24 - 4) + 2 = 22$
---	--



3. a) $-\frac{2}{3}$; b) 3,3; c) $-\frac{5}{2}$; d) $\frac{1}{8}$.

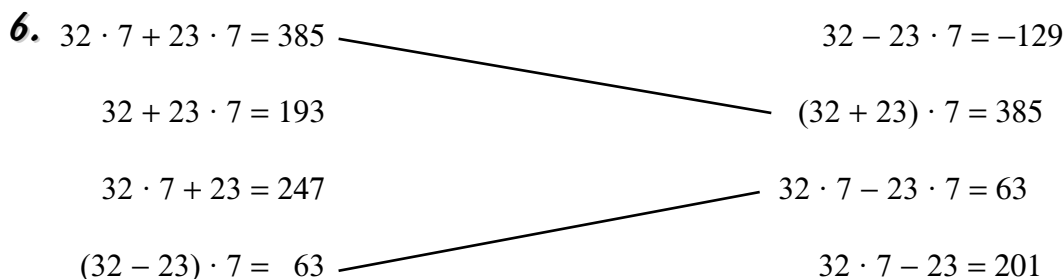
4.

<i>a</i>	23,5	0,73	8,9	43,9	9813	36,4
<i>b</i>	1,9	2,01	1,01	$\approx 0,0$	0	2,3
<i>c</i>	44,65	1,4673	8,989	1	0	83,72

Szabály: $a \cdot b = c$, $c : a = b$, $c : b = a$.

5. a) 175 423; b) -3715,89498; c) $\frac{84}{55} \cdot \frac{22}{7} = 4\frac{4}{5}$; d) $\left(-\frac{5}{17}\right) \cdot \left(2\frac{14}{15}\right) = -\frac{44}{51}$.

6. $32 \cdot 7 + 23 \cdot 7 = 385$ $32 + 23 \cdot 7 = 193$ $32 \cdot 7 + 23 = 247$ $(32 - 23) \cdot 7 = 63$	$32 - 23 \cdot 7 = -129$ $(32 + 23) \cdot 7 = 385$ $32 \cdot 7 - 23 \cdot 7 = 63$ $32 \cdot 7 - 23 = 201$
--	--



7. a) $\frac{10}{21}$; b) $3\frac{20}{21}$; c) $\frac{275}{288}$; d) $2\frac{2}{15}$.

8. $7830 : 17 = 460$,
(10)

$1,975 : 33 = 0,059$,
325
(28)

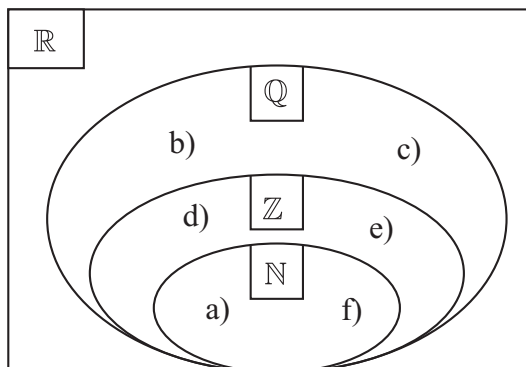
$53,64 : 87 = 0,61$.
144
(57)

9. a) -593; b) $109470 : 123 = 890$; c) $-\frac{2}{3}$; d) 1.
(0)

SZÁMOK ÉS MŰVELETEK

10. $(18 \cdot 54) : 3 = 324$ $54 : 18 : 3 = 1$
 $18 \cdot (54 : 3) = 324$ $(54 : 3) \cdot 18 = 324$
 $18 : 3 \cdot 54 = 324$ $54 \cdot (18 : 3) = 324$

11. a) 1; b) $-\frac{7}{16}$; c) $-\frac{7}{16}$; d) -1; e) -81; f) 800.



12. a) $-\frac{1}{2}$; b) 3; c) $\frac{19}{18}$; d) $\frac{279}{224}$; e) 0,45.

13. a) $1\frac{12}{17}$; b) 3; c) $\frac{19}{39}$; d) $\frac{9}{28}$.

14. 8, 9, 5, 1, 16 384, 32 768, 6 561.

15. a) 5^7 ; b) 3^9 ; c) 4^9 ; d) 6^5 ; e) a^{12} ; f) y^{x+z+t} .

16. a) 5^2 ; b) 3^5 ; c) 8^3 ; d) 6^2 ; e) 2^{-2} ; f) x^2 .

17. a) 3^3 ; b) 2^{12} ; c) 2^{10} .

18. a) $\frac{81}{256}$; b) $\frac{81}{16}$; c) 625; d) $\frac{1}{32}$.

19. a) >; b) >; c) =; d) =; e) =; f) >.

20. a) 4096; b) 14348907; c) $\frac{30517578125}{470184984576}$;

d) $-\frac{512}{19683}$; e) $-\frac{244140625}{13841287201}$; f) $\frac{2187}{128}$.

21. a) 8, 6, 2, 4;
 b) 9, 7, 1, 7;
 c) 4, 6, 5, 6;
 d) 8, 6, 4, 2.

Osztó, többszörös, oszthatóság

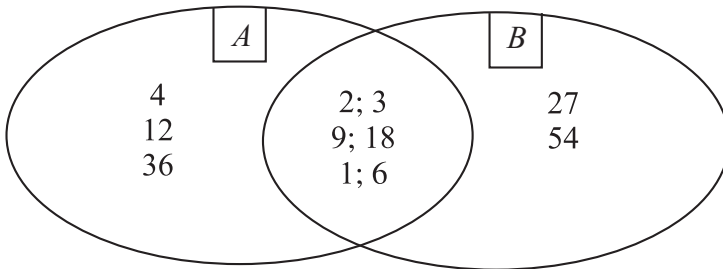
22.

a	36	18	12	9	6
b	1	2	3	4	6
K	74	40	30	26	24

Annak a téglalapnak a legkisebb a kerülete, amelynek oldalai egyenlők.

23. $324 = 2^2 \cdot 3^4$. A 324-nek 15 osztója van: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 24, 27, 36, 81, 108, 162, 324.

24. $A = \{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36\}$, $B = \{1; 2; 3; 6; 9; 18; 27; 54\}$.



Közös osztók: 1, 2, 3, 6, 9, 18; $(36;54) = 18$.

25. A két szám: 210 és 315.

26. $432 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$.

27. $234 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13$, $630 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, $\frac{234}{630} = \frac{13}{35}$.

28. $(126; 2646) = 126$, $[126; 2646] = 2646$.

29.

	2-vel	3-mal	4-gyel	5-tel	6-tal	10-zel	25-tel
63972	I	I	I	N	I	N	N
54450	I	I	N	I	I	I	I
32541	N	I	N	N	N	N	N
20300	I	N	I	I	N	I	I

30.

	2-vel	3-mal	6-tal	4-gyel	12-vel	15-tel	24-gyel
$\square 93\square 72$	igen	lehet	lehet	igen	lehet	nem	lehet
$634\square\square$	lehet	lehet	lehet	lehet	lehet	lehet	lehet
$4\square\square 31$	nem	lehet	nem	nem	nem	nem	nem
$3\square 2\square 0$	igen	lehet	lehet	lehet	lehet	lehet	lehet

SZÁMOK ÉS MŰVELETEK

- 31.**

3	4	6	8
4	3	6	8
6	3	4	8
8	3	4	6

3	4	8	6
4	3	8	6
6	3	8	4
8	3	6	4

3	6	8	4
4	6	3	8
6	4	3	8
8	4	3	6

3	6	4	8
4	6	8	3
6	4	8	3
8	4	6	3

3	8	6	4
4	8	3	6
6	8	3	4
8	6	3	4

3	8	4	6
4	8	6	3
6	8	4	3
8	6	4	3

a) 24; b) 18; c) 10; d) 10.

- 32.** $A: 2, 5, 8; B: 0, 3, 6. A + B = 2, A + B = 8, A + B = 14.$

- 33.** Az ismeretlen osztó: 36.

$$(160 + 110) : 36 = 270 : 36 = 7 \\ 18$$

- 34.** a) Az összeg osztható, mert páros és számjegyeinek összege osztható kilenccel.
 b) Az összeg osztható, mert páros és számjegyeinek összege osztható hárommal.
 c) Az összeg osztható, mert osztható négyvel és a számjegyeinek összege osztható kilenccel.

- 35.** a) $512 \cdot 4096 = 2^9 \cdot 2^{12} = 2^{21} = 2\,097\,152;$ b) $262\,144 : 2\,048 = 2^{18} : 2^{11} = 2^7 = 128;$
 c) $243 \cdot 6561 = 3^5 \cdot 3^8 = 3^{13} = 1\,594\,323;$ d) $531\,441 : 59\,049 = 3^{12} : 3^{10} = 3^2 = 9;$
 e) $729 \cdot 19\,683 = 3^6 \cdot 3^9 = 3^{15} = 14\,348\,907;$ f) $279\,936 : 7\,776 = 6^7 : 6^5 = 6^2 = 36;$
 g) $16\,384 \cdot 65\,536 = 2^{14} \cdot 2^{16} = 2^{30} = 4^{15} = 1\,073\,741\,824;$
 h) $1\,048\,576 : 8\,192 = 2^{20} : 2^{13} = 2^7 = 128.$

- 36.** $256^{12} < 128^{14}, \quad 2^{5000} > 5^{2000}, \quad 2^{2007} + 2^{2008} < 2^{2009}.$

Számok normálalakja

- 37.** a) 5; b) -1; c) 8; d) -7; e) 1; f) -9.

- 38.** a) $2,73 \cdot 10^7;$ b) $4,8 \cdot 10^3;$ c) $2,708 \cdot 10^4;$ d) $4,03 \cdot 10^2;$ e) $7 \cdot 10^{11};$ f) $2,3 \cdot 10;$
 g) $4,5 \cdot 10^{-4};$ h) $3,5 \cdot 10^{-8};$ i) $2,1 \cdot 10^{-1};$ j) $3,79 \cdot 10^{-4};$ k) $1,33 \cdot 10^{-12};$ l) $2 \cdot 10^{-1}.$

- 39.** a) 213 000; b) 0,000 53; c) 5 410; d) 0,000 000 000 08; e) 3 000 000; f) 0,000 004 23;
 g) 84 300 000 000; h) 0,000 000 005 05.

Mértékegységek

- 40.**

$5,5 \cdot 10^5$	$5,5 \cdot 10^3$	$5,5 \cdot 10^2$	
$6,52 \cdot 10^7$	$6,52 \cdot 10^6$	m	
$3,7 \cdot 10^4$	dm	$3,7 \cdot 10^6$	$3,7 \cdot 10^7$
$8,05 \cdot 10^6$	$8,05 \cdot 10^7$	mm	$8,05 \cdot 10^5$
$9 \cdot 10^2$	cm	$9 \cdot 10^4$	
$7,4 \cdot 10^7$	m	$7,4 \cdot 10^5$	74

SZÁMOK ÉS MŰVELETEK

41.	$3,9 \cdot 10^3$	ár		
	ár	dm^2	$6 \cdot 10^{-2}$	
	$1,75 \cdot 10^5$	ár	0,175	
	750	ha	km^2	$7,5 \cdot 10^6$
	ha	$3,65 \cdot 10^4$	3,65	km^2
	8,7	m^2	$8,7 \cdot 10^8$	km^2

42.	cm^3	$3,8 \cdot 10^{-3}$	$3,8 \cdot 10^{-3}$	
	dm^3	cm^3	m^3	
	$7,4 \cdot 10^3$	$7,4 \cdot 10^6$	$7,4 \cdot 10^9$	
	$4,4 \cdot 10^3$	4,4	$4,4 \cdot 10^{-2}$	
	632	6,32		
	920	hl		

43.	39 047	89		
	56 004	95		
	7 035	420		

44.	0,853	g	dkg	dg
	5,083		75,1	
	4,031		70,827	

45.	720	h	43 200	
	86	3,58		
	6,66	400	0,277	
	min	3		
	18	1 080	64 800	
	112	6 720	403 200	

46.	245	2 500		
	132 234	4 820 005		
	11 423	609		
	109	5 150		

Számok négyzete, négyzetgyöke

47. $K = 256 \text{ dm}$, $T = 4\,096 \text{ dm}^2$.

48. $a = 16 \text{ dm}$, $T = 256 \text{ dm}^2$.

49. $a = 8 \text{ dm}$, $k = 32 \text{ dm}$.

50. $1 < \sqrt{2} < 2,$ $2 < \sqrt{6} < 3,$ $2 < \sqrt{8} < 3,$ $3 < \sqrt{15} < 4,$ $4 < \sqrt{24} < 5,$
 $7 < \sqrt{50} < 8,$ $7 < \sqrt{64} = 8 < 9,$ $9 < \sqrt{84} < 10,$ $14 < \sqrt{200} < 15.$

51. $\sqrt{49} = 7,$ $\sqrt{5^2} = 5,$ $\sqrt{2^4} = 4,$ $\sqrt{(-5)^2} = 5,$
 $(\sqrt{4})^2 = 4,$ $\sqrt{-5^2} = -5,$ $\sqrt{2^6} = 8,$ $(\sqrt{2^6})^2 = 64,$
 $\sqrt{1} = 1,$ $\sqrt{100} = 10,$ $\sqrt{10\ 000} = 100,$ $\sqrt{1\ 000\ 000} = 1000,$
 $\sqrt{10^2} = 10,$ $\sqrt{10^4} = 100,$ $\sqrt{10^6} = 1000,$ $\sqrt{10^8} = 10\ 000.$

52. $\sqrt{144} = 2^2 \cdot 3 = 12,$ $\sqrt{196} = 2 \cdot 7 = 14,$ $\sqrt{1\ 024} = 2^5 = 32,$
 $\sqrt{1\ 296} = 2^2 \cdot 3^2 = 36,$ $\sqrt{2\ 025} = 3^2 \cdot 5 = 45,$ $\sqrt{3\ 600} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60,$
 $\sqrt{3\ 136} = -2^3 \cdot 7 = 56,$ $\sqrt{40\ 000} = 2^3 \cdot 5^2 = 200,$ $\sqrt{176\ 400} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420.$

53. $\left. \begin{array}{l} \sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = 3 \cdot 2 = 6 \\ \sqrt{9 \cdot 4} = 6 \end{array} \right\} 6 = 6, \text{ tehát az állítás igaz;}$
 $\left. \begin{array}{l} \sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7 \\ \sqrt{9+16} = 5 \end{array} \right\} 7 \neq 5, \text{ tehát az állítás nem igaz;}$
 $\left. \begin{array}{l} \sqrt{36} : \sqrt{9} = 6 : 3 = 2 \\ \sqrt{36:9} = 2 \end{array} \right\} 2 = 2, \text{ tehát az állítás igaz;}$
 $\left. \begin{array}{l} \sqrt{25} - \sqrt{16} = 1 \\ \sqrt{25-16} = 3 \end{array} \right\} 1 \neq 3, \text{ tehát az állítás nem igaz;}$
 $\left. \begin{array}{l} \sqrt{64} : \sqrt{4} = 4 \\ \sqrt{64:4} = 4 \end{array} \right\} 4 = 4, \text{ tehát az állítás igaz.}$

54 $1,4^2 = 1,96;$ $4,13^2 = 17,057;$ $5,08^2 = 25,806,$ $8,7^2 = 75,69;$ $7,93^2 = 62,885;$ $9,98^2 = 99,6.$

55. a) $2,85^2 = 8,122;$
b) $28,5^2 = 812,2 = 8,122 \cdot 10^2;$
c) $285^2 = 8122 = 8,122 \cdot 10^4;$
d) $2\ 850^2 = 8\ 122\ 000 = 8,122 \cdot 10^6;$
e) $28\ 500^2 = 812\ 200\ 000 = 8,122 \cdot 10^8;$
f) $0,285^2 = 0,08122 = 8,122 \cdot 10^{-2};$
g) $0,028\ 5^2 = 0,0008122 = 8,122 \cdot 10^{-4};$
h) $0,002\ 85^2 = 0,000008122 = 8,122 \cdot 10^{-6}.$

- 56.** a) $54^2 = 2\,916 = 29,16 \cdot 10^2$;
 b) $124^2 = 15\,380 = 1,538 \cdot 10^4$;
 c) $302^2 = 91\,200 = 9,12 \cdot 10^4$;
 d) $1\,400^2 = 1\,960\,000 = 1,96 \cdot 10^6$;
 e) $87\,600^2 = 7\,673\,800\,000 = 76,738 \cdot 10^8$;
 f) $7\,040\,000^2 = 49\,562\,000\,000\,000 = 49,562 \cdot 10^{12}$;
 g) $0,63^2 = 0,3969 = 39,69 \cdot 10^{-2}$;
 h) $0,024^2 = 0,000576 = 5,76 \cdot 10^{-4}$;
 i) $0,003\,6^2 = 0,00001296 = 12,96 \cdot 10^{-6}$;
 j) $0,000\,631^2 = 0,00000039816 = 39,816 \cdot 10^{-8}$;
 k) $0,000\,078^2 = 0,000000006084 = 60,84 \cdot 10^{-10}$;
 l) $0,000\,000\,538^2 = 0,0000000000028944 = 28,944 \cdot 10^{-14}$.

57. $\sqrt{2,69} = 1,64,$ $\sqrt{13,4} = 3,66,$ $\sqrt{45,56} = 6,75,$ $\sqrt{83,72} = 9,15,$
 $\sqrt{1} = 1,$ $\sqrt{5} = 2,24,$ $\sqrt{10} = 3,16,$ $\sqrt{7} = 2,65,$
 $\sqrt{8} = 2,83,$ $\sqrt{18} = 4,24,$ $\sqrt{22,5} = 4,74,$ $\sqrt{30} = 5,48.$

58. $\sqrt{1,988} = 1,41,$ $\sqrt{19,88} = 4,46,$ $\sqrt{3,35} = 1,83,$ $\sqrt{33,5} = 5,79.$

59. $\sqrt{18} = 4,24,$ $\sqrt{180} = 13,4,$ $\sqrt{1\,800} = 42,4,$ $\sqrt{18\,000} = 134,$
 $\sqrt{1,8} = 1,34,$ $\sqrt{0,18} = 0,424,$ $\sqrt{0,018} = 0,134,$ $\sqrt{0,0018} = 0,0424.$

60. $\sqrt{189} = 13,7,$ $\sqrt{1\,340} = 36,6,$ $\sqrt{4\,950} = 70,3,$ $\sqrt{54\,000} = 232,$
 $\sqrt{0,7} = 0,837,$ $\sqrt{0,046} = 0,214,$ $\sqrt{0,000\,72} = 0,0268,$ $\sqrt{0,000\,093\,2} = 0,00965.$

61. $K = 13\text{ dm},$ $T = 10,5625\text{ dm}^2.$

62. $K = 191,2\text{ cm},$ $T = 2\,284,84\text{ dm}^2.$

63. $a = 44,5\text{ m},$ $T = 1980,25\text{ m}^2.$

64. $a = 1,8\text{ dm},$ $K = 7,2\text{ dm}.$

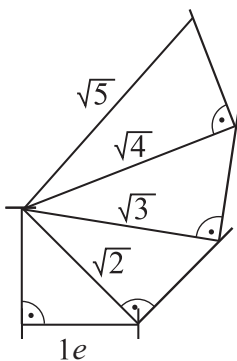
65. $a = 74,9\text{ m},$ $K = 299,6\text{ m}.$

66. $a = 0,0205\text{ km},$ $K = 0,082\text{ km}.$

Pitagorasz-tétel

1. a) $c = 12$ cm; b) $y = 12$ cm; c) $m = 21$ cm; d) $c = 25,6$ dm; e) $y = 21,9$ m; f) $m = 8,57$ cm.
2. A derékszögű háromszög átfogója **12,2 cm** hosszú.
3. A derékszögű háromszög átfogója **65 dm** hosszú, $K = 157$ dm, $T = 1058$ dm².
4. A derékszögű háromszög hiányzó befogója **8,31 m** hosszú, $K = 22,41$ m, $T = 19,11$ m².
5. A négyzet átlója **16,97 cm** hosszú, $K = 48$ cm, $T = 144$ cm².
6. A négyzet átlója **4,24 cm** hosszú, $a = 3$ cm, $T = 9$ cm².
7. Az egyenlő szárú háromszög $K = 24,32$ cm, $T = 27,9$ cm².
8. Az egyenlő szárú háromszög $K = 26$ cm, $T = 28,62$ cm².
9. Az egyenlő szárú háromszög $K = 46,2$ dm, $T = 46,9$ dm².
10. Az egyenlő szárú háromszög $K = 36$ cm, $T = 60$ cm².
11. A szabályos háromszög $K = 54$ cm, $T = 140,31$ cm².
12. A téglalap hiányzó oldala **15,2 cm** hosszú, $K = 56,4$ cm, $T = 197,2$ cm².
13. A téglalap köré írható kör sugara **5,045 dm**.
14. $K = 34,4$ cm, $T = 70$ cm².
15. $K = 100$ mm, $T = 623,22$ mm².
16. $K = 32$ dm, $T = 52,8$ dm².
17. $K = 80$ cm, $T = 310$ cm².
18. $K = 32$ cm, $T = 44$ cm².
19. A húr hossza **11,32 cm**.
20. $h_1 = 3,6$ cm, $h_2 = 17$ cm.

21.



22. $AO = 5$, $BO = 5,39$, $CO = 13,93$.

23. $AB = 5,83$, $CD = 6,7$.

24. $K = 26,15$.

25. A lapátló **11,3 cm**, a testátló **13,86 cm**.

26. A kocka felszíne **1728 cm²**.

27. A téglatest testátlója **17 cm** hosszú.

28. A leghosszabb lapátló **14,4 cm**, a leghosszabb és a legrövidebb lapátló közötti különbség **4,97 cm**, a téglatest testátlója **15,26 cm** hosszú.

29. a) 30 cm; b) 23,35 cm; c) 26,4 cm; d) 25,76 cm.
b) < d) < c) < a)

A Pitagorasz-tétel megfordítása

30.

Szögei szerint	derék-szög	tompaszög	–	derék-szög	hegyes-szög	derék-szög	hegyes-szög	tompaszög
Kerület	12 cm	22 cm	–	30 m	52 cm	30 dm	35 mm	7,6 dm
Terület	6 cm ²	≈ 23 cm ²	–	30 m ²	≈ 104 cm ²	37,5 dm ²	≈ 54 mm ²	≈ 2,6 dm ²

Algebrai kifejezések

1. a) $b = a - 6$; b) $a + b = 23$; c) $5a + b$; d) $(a - b) \cdot 3$; e) $(a + b) \cdot 2 - c$; f) $a \cdot 0,37 - b$;
 g) $x^2 - y^2$; h) $(x - y)^2$; i) $c^2 - d \frac{5}{7}$; j) $c : 7 - 6$; k) $1,3 \cdot \left(\frac{x}{6} + \frac{y}{4} \right)$

2. $\boxed{7}ab^2$; $\boxed{\frac{1}{3}}ab^2$; $\boxed{\frac{5}{6}}x^2y^3$; $\boxed{1,03}xyz$; $\boxed{1}ab$; $\boxed{\frac{3}{2}}xy$.

3.

Együttható	3	2,7	$\frac{3}{4}$	-2,5	-1	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{7}$	$-\frac{4}{3}$	1
Változó	c	b	x	c	x	e	x	f	xy

4. $3a$ -val egynemű: $0,9a$, $8a$;
 $3ab^2$ -tel egynemű: $7ab^2$;
 $1,2ab$ -vel egynemű: $-\frac{2}{3}ab$, $\frac{7ab}{9}$, $3,4ab$, $-ba$;
 $-a^2b$ -vel egynemű: $7a^2b$, $13a^2b$.

5. $7ab^2$; $\frac{ab^2}{3}$; $2ab^2$ | ab ; $5ba$; | $2a$; | $2a^2b$.

6. $5a^2b^2$; $3a^2b^2$ | $3a \cdot b \cdot b$ | $\frac{ab}{3}$; ab ; $5ba$ | $3a^2$.

7. a) y^4 , $-7y^4$, $\frac{3}{4}y^4$, $6y^4$, $11y^4$;

b) $-x^2$, $\frac{3}{7}x^2$, $8x^2$, $-17x^2$, $\frac{15}{4}x^2$;

c) $2x^2y^4$, $\frac{8}{7}x^2y^4$, $-3x^2y^4$, $13x^2y^4$, $\frac{15}{16}x^2y^4$;

d) $-8a^3b^2$, $\frac{5}{17}a^3b^2$, $2,3a^3b$, $9a^3b^2$, $\frac{2}{3}a^3b^2$.

8. $\underline{7ab^2}$, $\underline{2a^2b}$, $\frac{ab^2}{3}$, $\boxed{\frac{1}{a^2b}}$, $\boxed{\frac{7}{a^2b}}$, \underline{ab} , $\underline{2a}$, $\boxed{\frac{2xy}{5x^3y^2}}$, $\underline{2x\frac{3}{4}y}$.

ALGEBRAI KIFEJEZÉSEK

9. $\underline{5a^2b^2}$, $\underline{3a \cdot a \cdot b}$, $\frac{ab^2}{5}$, $\frac{2}{a^2b}$, $\frac{9}{a^3b^2}$, \underline{ab} , $\underline{2a}$, $\frac{2xy}{5x^3y^2}$, $\frac{4x}{4}y$.

10. a) $-1+2y$; b) $-2x$; c) $-2x^2+2xy+y^2$; d) $y^2-2x^2+5x^2y^2+3y$.

11. a) $-a^2b+ab$; b) $2x^2-\frac{2}{3}y-4\frac{1}{3}xy$; c) $-8x^2+2$; d) $2x^2+\frac{1}{3}x^2y$.

12. a) $-3y-1$; b) $-7x+17y-z$; c) $4,5xy-5xz-1,9yz$; d) $-0,825y+2z^3+\frac{3}{20}x^2$.

13. a) 36,45; b) 0; c) -30; d) -104.

14. a) -5; b) $\frac{23}{450}$; c) $\frac{50}{13}$; d) $3\frac{11}{25}$.

15. a) -10; b) 3; c) -12; d) $1\frac{7}{13}$.

16. a) -17; b) $-\frac{5}{108}$; c) 0; d) 0.

17. a) $-6a^2$; b) $-43a^3$; c) $6x^2y$; d) $\frac{1}{6}x^4y^3$.

18.

$-35x^2y$	$42x^3$	$63x^2y^3$	$28x^3y$	$-105x^4y^2$
$-3,5x^3y$	$4,2x^4$	$6,3x^3y^3$	$2,8x^4y$	$-10,5x^5y^2$
$-\frac{5}{3}x^2y^3$	$2x^3y^2$	$3x^2y^5$	$\frac{4}{3}x^3y^3$	$-5x^4y^4$

19. a) $3a^2$; b) $3a$; c) $4x^2$; d) $0,4yz^2$.

20.

$-2y$	$0,6x$	$\frac{4}{3}y^3$	$3x^2y$	$-4x^3y^3$
$-10x$	$3\frac{x^2}{y}$	$\frac{20}{3}xy^2$	$15x^3$	$-40x^4y^2$
-2	$0,6\frac{x}{y}$	$\frac{4}{3}y^2$	$3x^2$	$-4x^3y^2$

ALGEBRAI KIFEJEZÉSEK

21. a) a^9 ; b) $\frac{2^3}{3^3}x^3$; c) x^5 ; d) $\frac{2^2}{5^2}y^6$; e) a^6 ; f) $2^4a^{12}b^4$; g) $a^{12}b^8$; h) a^6b^3 .

Szorzat összegé alakítása

22. a) $5x - 19y$; b) $4x + 10$; c) $-7y^2 - 4xy + 8y - 6x$; d) $42c^2 - 36cd - 8c - d$.

23.

				$\frac{4}{9}a^3b$	$-\frac{1}{3}b^2$
	$3ab - 3b^2$	$4,5a^2b$	$15ab^4$	$\frac{4}{3}a^3b^2$	
$0,6a^2$	$0,6a^3 - 0,6a^2b$		$3a^3b^3$	$\frac{4}{15}a^5b$	$-\frac{1}{5}b^2$
	$\frac{1}{4}a^2b^2 - \frac{1}{4}ab^3$	$0,375a^3b^2$	$\frac{5}{4}a^2b^5$		$-\frac{1}{12}a^3$

24. a) $6x - 10x^2$; b) $12x^3 - 8x^2$; c) $12y - 28y^2$; d) $18x^2 - 21x$.

25. a) $12x - 8x^3$; b) $12x^5 - 8x^4 + 4x^3$; c) $6x^3 - 9x^2 + 21x$; d) $6x^2 - 7x + 2$.

26. a) $6x^3y^5a$; b) $39x - 6x^2$; c) $xy - 3y + 2x - 6$; d) $\frac{3}{5}x^2 - \frac{1}{35}x$.

Összeg szorzattá alakítása

27. a) $8(a - 2b)$; b) $5ab(1 - 2ab)$; c) $4x \cdot (3x^2 - 2x + 1)$; d) $xy^2(1 + y - 5x + 3xy)$.

28. a) $2b(2a^2 + 2a + b)$; b) $2(3a^2 - 6ab + 2b^2)$; c) $7(4x^2 - 6xy + 9y^2)$; d) $3z(9x^2 + 6xy + y^2)$.

29. a) $7a(7a^2 - 2b + 3ab^2)$; b) $2xy(9x + 6 + y)$; c) $4(16x^2 - 8x + 1)$; d) $17ab(2 - ab + 3b)$.

30. a) $E = 3$; b) $F = 2a$; c) $G = 2xy^2$; d) $H = 3xz^2$.

31. a) $2x + y$, alaphalmaz: \mathbb{R} és $2x \neq -y$;

b) $x - y$, alaphalmaz: \mathbb{R} és $x \neq y$;

c) $x + 3y$, alaphalmaz: \mathbb{R} és $x \neq -3y$;

d) $x - 2y$, alaphalmaz: \mathbb{R} és $x \neq 2y$.

32. a) $2x - 7$; b) $\frac{2a+1}{3b}$; c) $\frac{5}{3}$; d) $\frac{a(2a+9b)}{2(a+b)}$.

Egyenletek, egyenlőtlenségek

1. a) $x = 2$; b) $x = -3$; c) $x = 1$.

2. a) $x = 0$; b) $y = 0$; c) azonosság; d) azonosság.

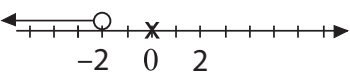
3. a) $x = -1$; b) $x = 1$; c) $y = 5$.

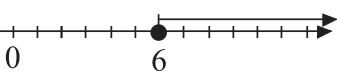
4. a) $a = 9$; b) $b = 35$; c) $c = 24$.

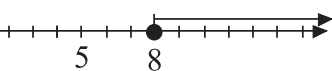
5. a) $a = 4$; b) $b = 2$; c) $x = 4$.

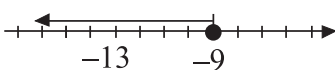
6. a) $a_1 = 0$, $a_2 = 7$; b) $b_1 = -2$, $b_2 = 5$; c) $c_1 = 0$, $c_2 = -2$, $c_3 = 4$.

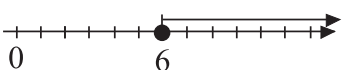
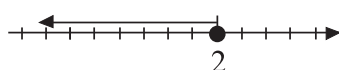
7. a) $a_1 = \frac{5}{2}$, $a_2 = -3$, $a_3 = -\frac{8}{3}$; b) $b_1 = \frac{1}{2}$, $b_2 = 2$, $b_3 = -\frac{3}{2}$.

8. $-2 > x$. 

9. $x \geq 6$. 

10. $8 \leq x$. 

11. $-9 \geq x$. 

12. a) $6 \leq x$;  b) $2 \geq x$. 

13. Azonosságok: a), c), f), g), h).

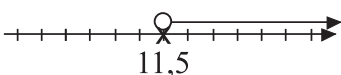
14. a) 4; b) $3x^2$; c) 2; d) 4, 9.

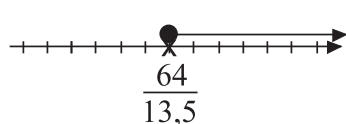
15. a) $a = 3$; b) $a = 9$; c) $a = 10$.

Egyenlettel megoldható

Szöveges feladatok

1. Jutkának **810** Ft-ja, Mártának **1040** Ft-ja van.
2. Az egyik polcon **56** befőtt, a másik polcon **74** befőtt van.
3. Az egyik szám **52**, a másik szám **9**.
4. Lolának **1640** Ft-ja, Balázsnak **2120** Ft-ja volt eredetileg.
5. Az első polcon **108**, a második polcon **36**, a harmadik polcon **72** könyv van.
6. Egy menü **840** Ft-ba került.
7. $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 75^\circ$.
8. $\alpha = 84^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 36^\circ$.
9. A ketrecben eredetileg **73** nyúl volt.
10. A matematikadolgozat átlaga **3,48** volt.
11. Laci **10** éves, édesanyja **38** éves, édesapja **40** éves.
12. Panni **9** éves, apukája **39** éves.
13. Az egyik szám **95**, a másik szám **57**.
14. A teremben **142** háromlábú és **178** négylábú szék van.
15. A parkolóban **7** motor és **15** autó van.

16. a) $11,5 < x$;  A number line with arrows at both ends and tick marks. A point is marked with an open circle at the value 11,5. A horizontal line with an arrow at the right end starts from this open circle and extends to the right.

b) $x \geq \frac{64}{13,5}$.  A number line with arrows at both ends and tick marks. A point is marked with a solid black dot at the value 64/13,5. A horizontal line with an arrow at the right end starts from this solid dot and extends to the right.

17. $x \leq 10$.

a (cm)	$x - 3$	7	6
b (cm)	$x + 5$	15	14
c (cm)	x	10	9
K (cm)	≤ 32	32	29

Számok helyi értékével kapcsolatos feladatok

- 18.** Ez a kétjegyű szám az 58.
- 19.** Ezek a kétjegyű számok a 13, 24, 35, 46, 57, 68, 79.
- 20.** Az eredeti kétjegyű szám a 36.
- 21.** Az eredeti kétjegyű szám a 62.
- 22.** Az eredeti kétjegyű szám a 28.
- 23.** Az eredeti kétjegyű szám a 39.
- 24.** Az eredeti kétjegyű szám a 92.
- 25.** Az eredeti kétjegyű szám a 93.
- 26.** Az eredeti kétjegyű szám a 48.
- 27.** Az eredeti kétjegyű szám a 62.
- 28.** Ez a háromjegyű szám a 362.

Munkavégzéssel kapcsolatos feladatok

- 29.** A betonozási munkák $2\frac{4}{43}$ napig tartanak.
- 30.** Ede és Máté együtt $5\frac{3}{12}$ órát dolgozott.
- 31.** Ede $8\frac{3}{4}$ órát dolgozott összesen.
- 32.** Gábor összesen 7,5 napot dolgozott.
- 33.** Gábor összesen $7\frac{2}{9}$ napot dolgozott.

34. Még 3 munkást kell beállítani.

Mozgásos feladatok

35. A motor Pécestől **283,5** km távolságra éri utol a teherautót, **5,25** óra múlva.

36. A város a falutól **36** km távolságra van.

37. Szegedtől a kiskert **36** km távolságra van.

38. A személygépkocsi és a teherautó **9 óra 35 perckor** találkozott Kistelektől **72** km távolságra.

39. A személygépkocsi **12 óra 57 perckor** Szegedtől **57,6** km távolságra éri utol a teherautót.

40. Lolka Bolkát **270** másodperc alatt körözi le.

41. Bence és Gergő **150** másodperc múlva találkoznak.

Keveréses feladatok

42. A 80%-os oldatból **25,45** grammra van szükség.

43. A 25%-os oldatból **3,25** kg-ra, a 45%-os oldatból **1,75** kg-ra van szükség.

44. A 10%-os ecetsavból **30** grammra, a 30%-os ecetsavból **90** grammra van szükség.

45. A 80%-os oldatból **30** grammra, a 50%-os oldatból **50** grammra van szükség.

46. A keverék elkészítésével **56** százalékos oldatot kapunk.

47. A szükséges töménység eléréséhez **600** gramm vizet öntsünk a sóoldathoz.

48. A keverék hőmérséklete **50 °C** lesz.

49. A közös hőmérséklet **60 °C** lesz.

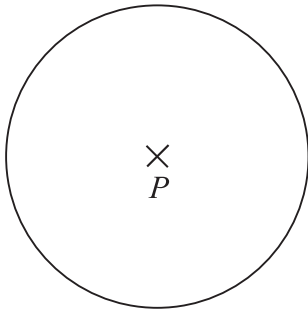
50. A 90 °C-os vízből **4,15** kilogrammra van szükség.

51. A 20 °C-osból **28** kilogramm, a 80 °C-osból **20** kilogramm víz szükséges.

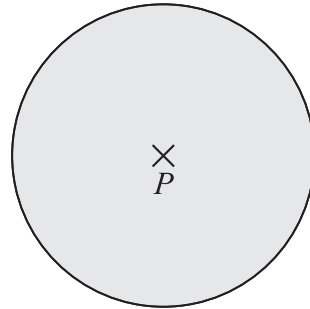
Geometriai ismétlés

Alapfogalmak, alapszerkesztések

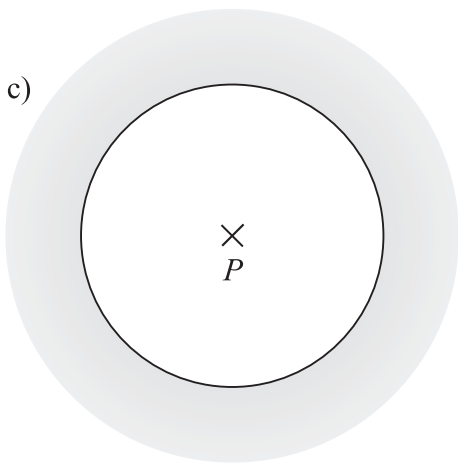
1. a)



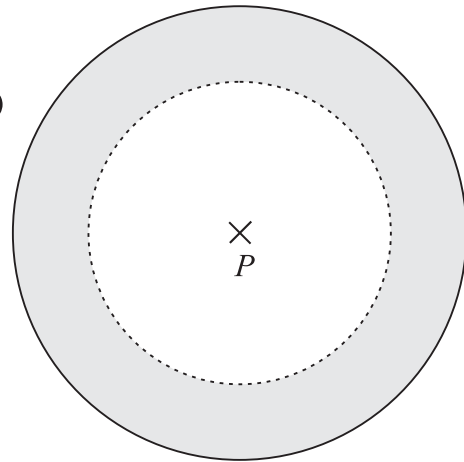
b)



c)

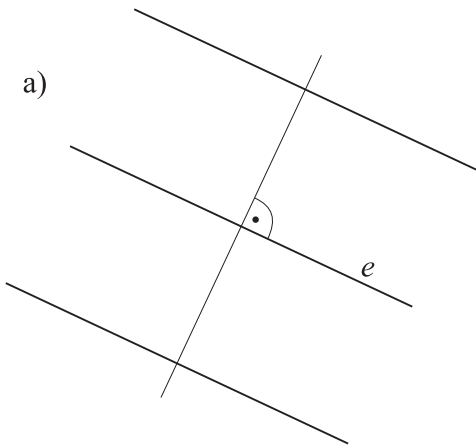


d)

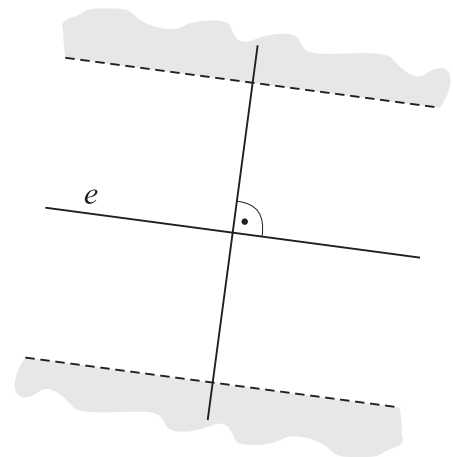


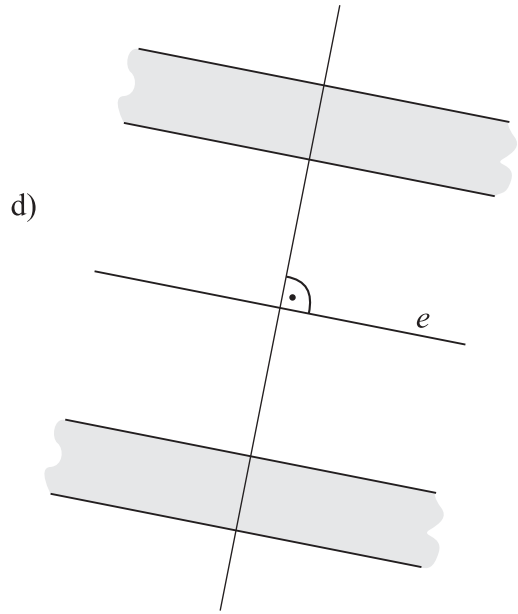
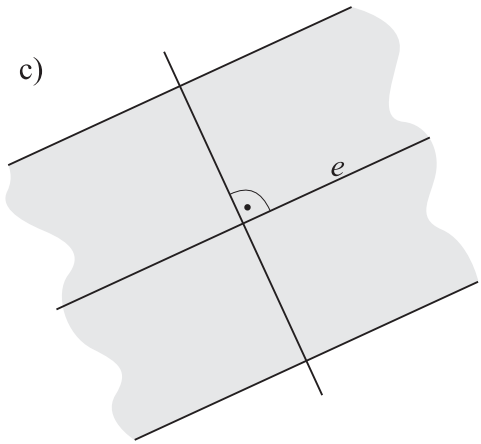
2.

a)

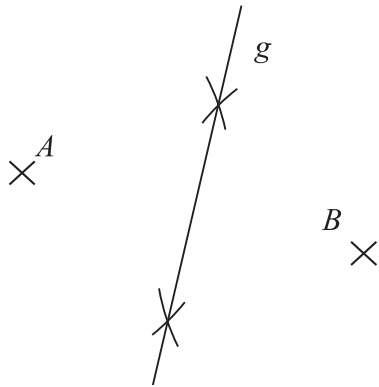


b)

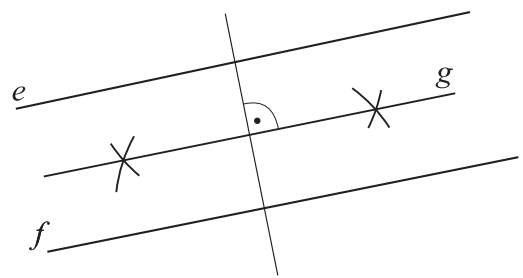




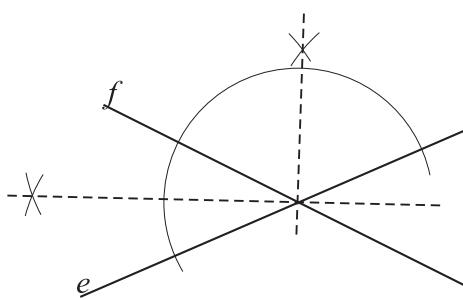
3. a)



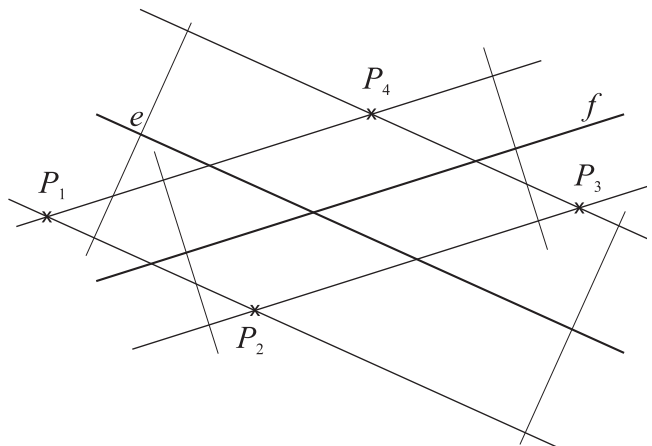
b)



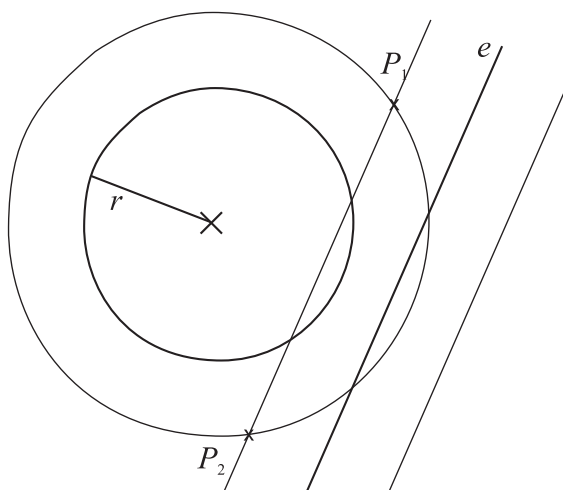
c)



d)



4.



Ha az egyenes érinti a körvonalat, akkor **3** ilyen pont van.

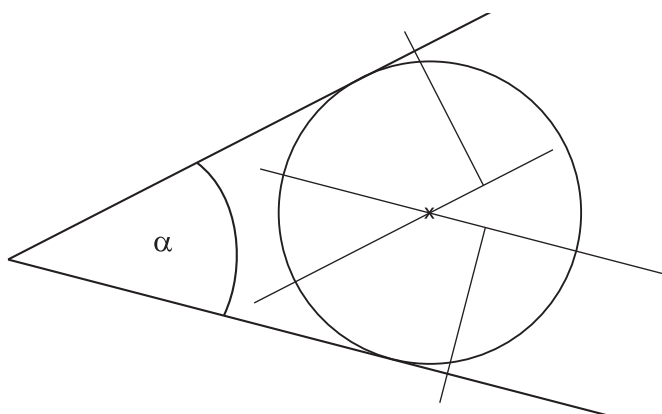
Ha az egyenes és körvonal távolsága 2 cm-nél kisebb, akkor $2 \leq p \leq 4$ ilyen pont van.

Ha az egyenes és körvonal távolsága 2 cm, akkor **1** ilyen pont van.

Ha az egyenes és körvonal távolsága 2 cm-nél nagyobb, akkor **0** ilyen pont van.

5. A sík azon pontjai, amelyek e -től 2 cm-nél nem nagyobb és P -től 1 cm-nél nem kisebb távolságra vannak.

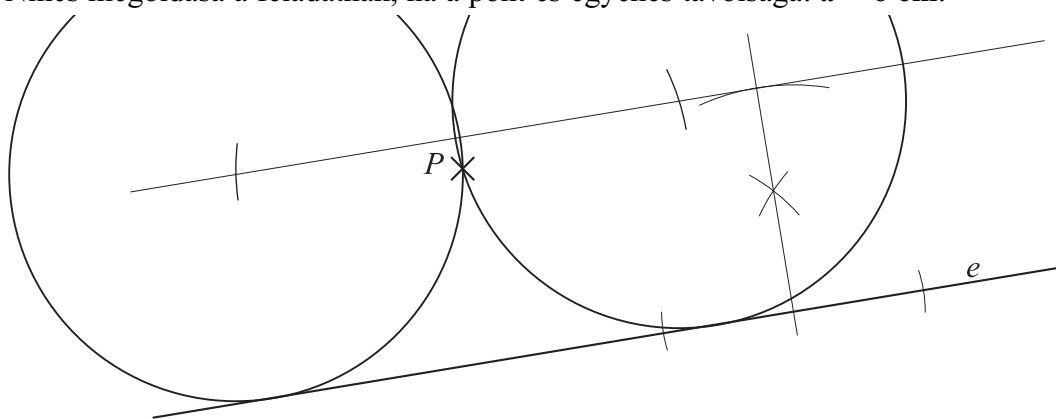
6.



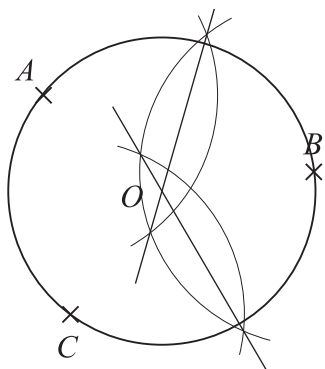
7. Két megoldás esetén a pont és egyenes távolsága: $d(P, e) < 6$ cm.

Egy megoldás esetén a pont és egyenes távolsága: **6** cm.

Nincs megoldása a feladatnak, ha a pont és egyenes távolsága: $d > 6$ cm.

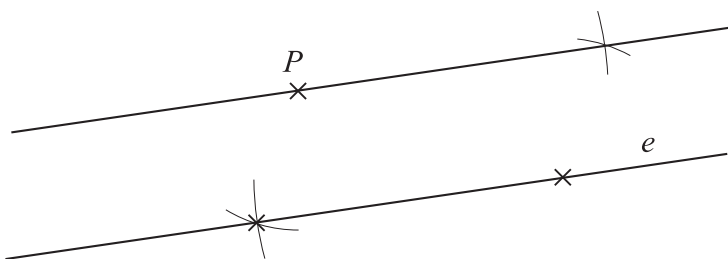


8.

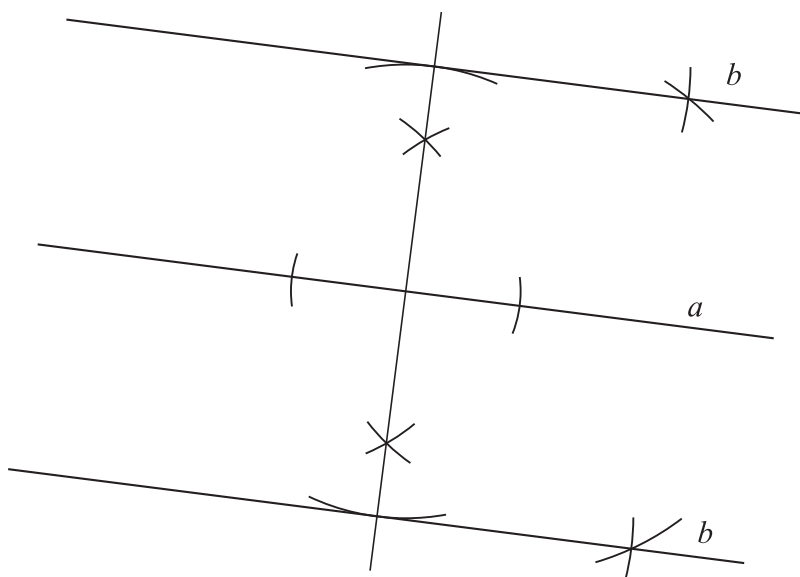


Ha a feladatnak nincs megoldása, akkor a három pont **egy egyenesen van**.

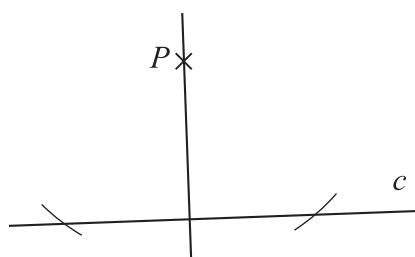
9.



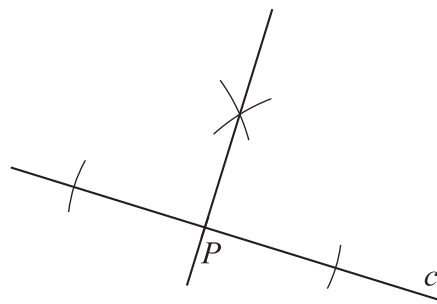
10.



11. a)

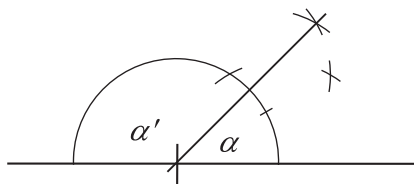


b)

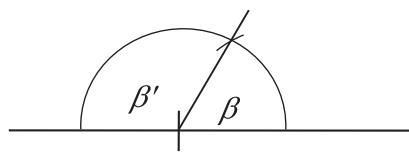


12. Szerkeszd meg az adott szögeket! Mekkora a megszerkesztett szög mellékszöge?

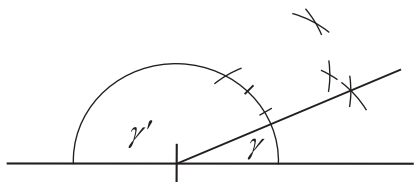
$$\alpha' = 135^\circ$$



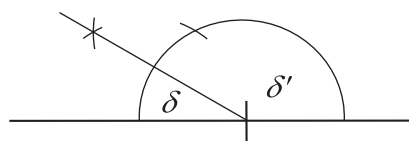
$$\beta' = 120^\circ$$



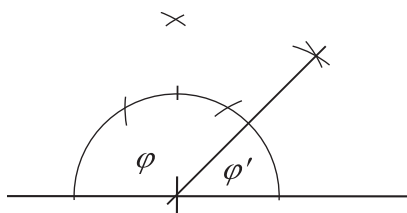
$$\gamma' = 157,5^\circ$$



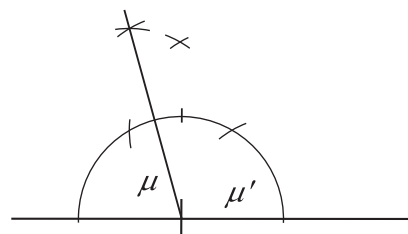
$$\delta' = 150^\circ$$



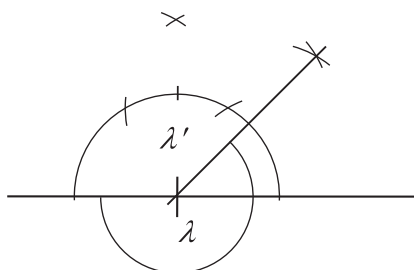
$$\varphi' = 45^\circ$$



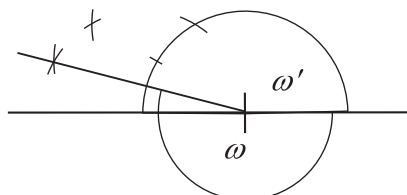
$$\mu' = 105^\circ$$



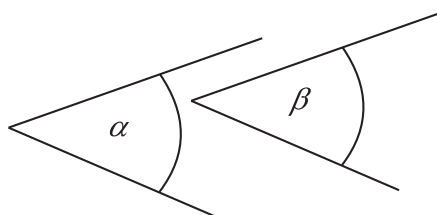
$$\lambda' = 135^\circ$$



$$\omega' = 165^\circ$$

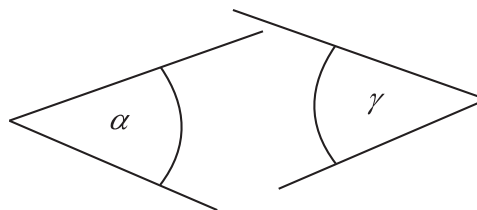


13. a)



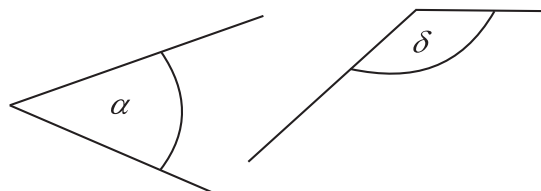
$$\alpha = \beta$$

b)



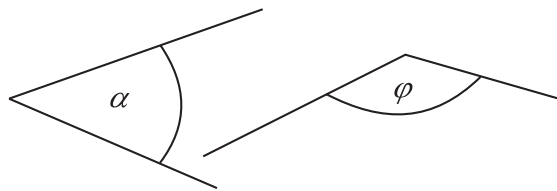
$$\alpha = \gamma$$

c)



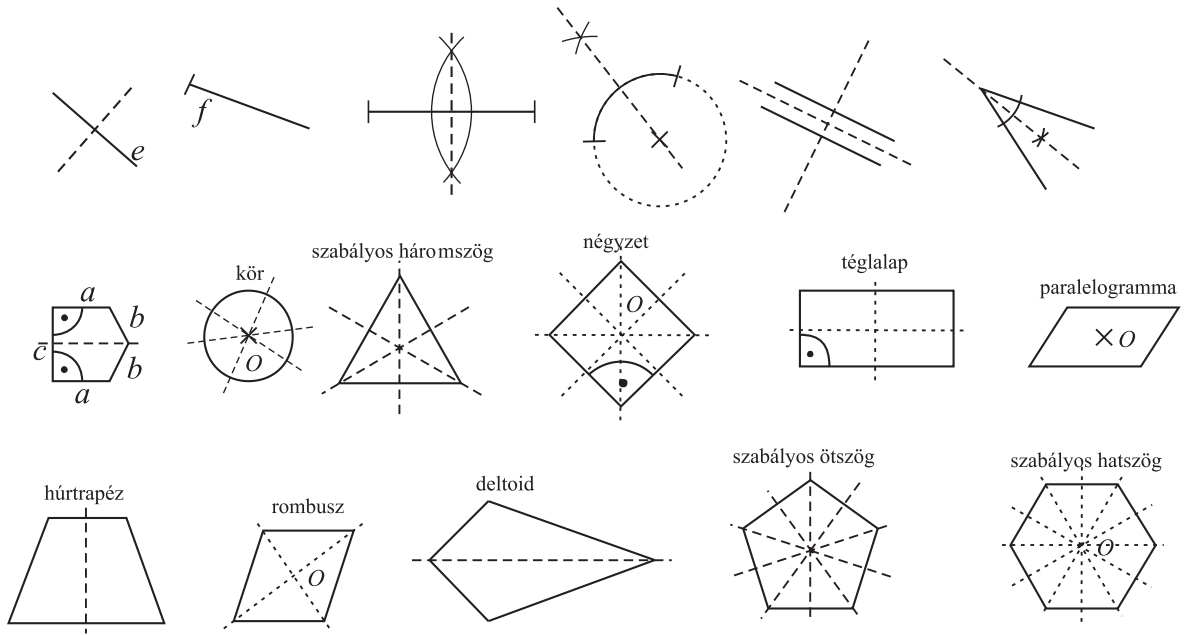
$$\alpha + \delta = 180^\circ$$

d)



$$\alpha + \varphi = 180^\circ$$

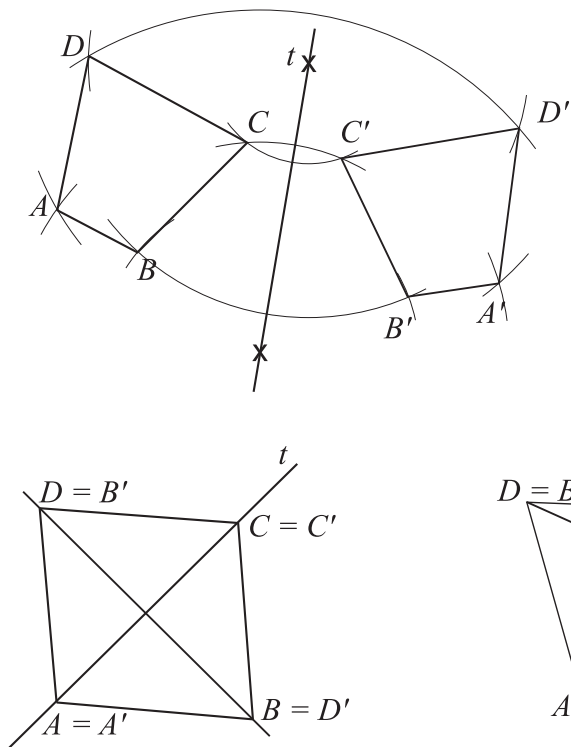
14.



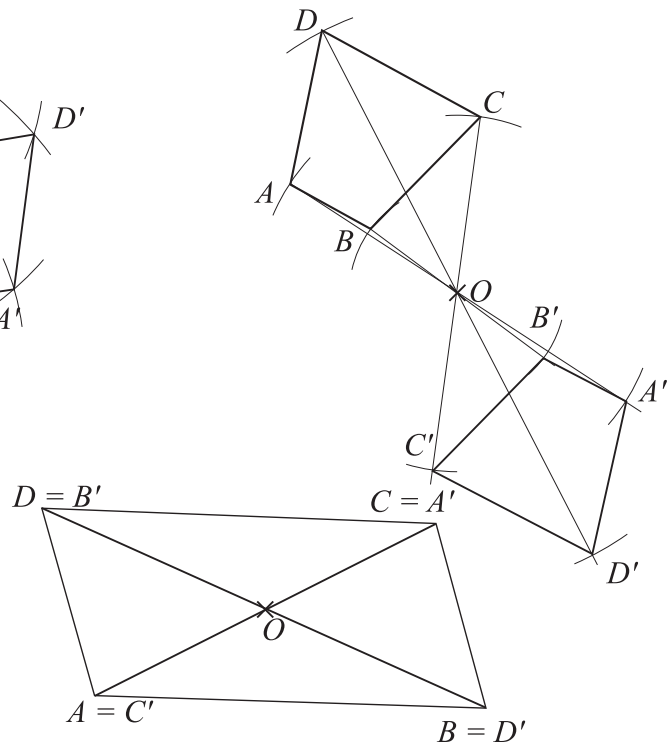
15. a) lehet; b) biztos, 1; c) lehet, 1; d) biztos 3.

16. nem; páros; és tengelyesen is; a tengelyek metszéspontja.

17. a)



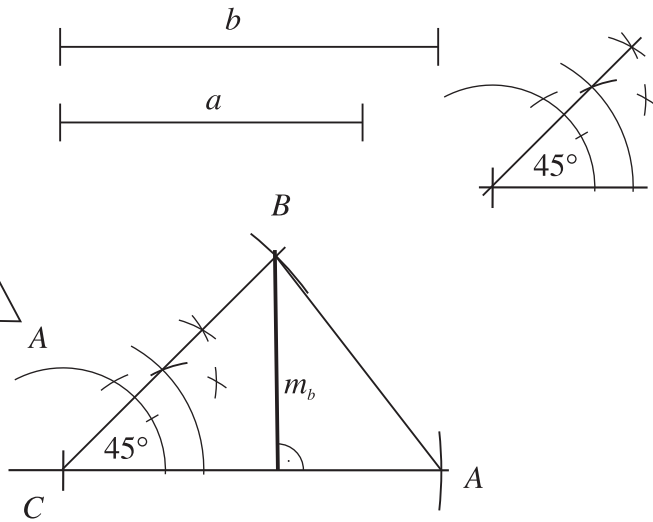
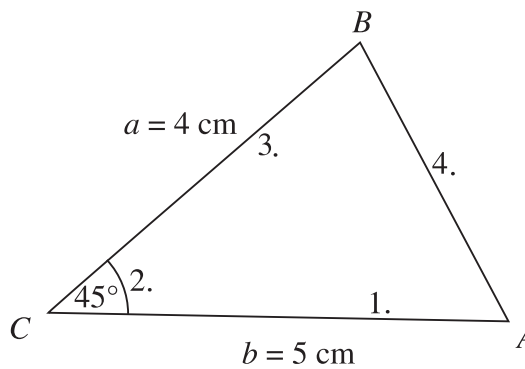
b)



Háromszögek

- 18.** a) $3 \text{ cm} < \text{harmadik oldal hossza} < 15 \text{ cm}$.
 b) Marcsi háromszögének a 3. oldala $10,8 \text{ cm}$.
 Karsci háromszögének a 3. oldala $6,7 \text{ cm}$.
 c) Pali háromszögének a 3. oldala 6 cm .
 d) Vali háromszögének a 3. oldala 9 cm .

19.



Szerkesztés menete:

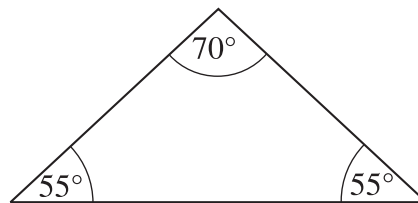
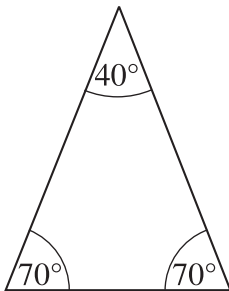
1. Az 5 cm -es oldal felvétele.
2. C csúcsba 45° -os szög másolása.
3. A 45° -os szög másik szárára a 4 cm rámérése.
4. A kapott 2 végpont összekötése.

$m = 3 \text{ cm}$
 $T = 7,5 \text{ cm}^2$

20. $\gamma = 73^\circ$; $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 55^\circ$; $\alpha = 75^\circ$, $\beta = 41^\circ$, $\gamma = 64^\circ$.

21. Egy egyenlő szárú háromszög egyik szöge 70° .

a)



b) Ha az egyenlő szárú háromszög egyik szöge $\geq 90^\circ$, a feladatnak csak egy megoldása van.

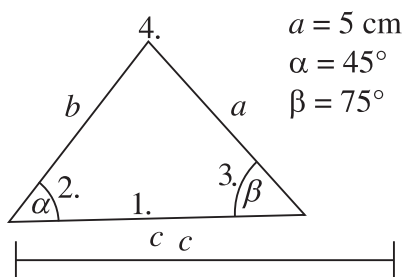
22. $\alpha = 36^\circ$, $2\alpha = 72^\circ$, $\alpha' = 45^\circ$, $2\alpha' = 90^\circ$.

23. $BAC \sphericalangle = 55^\circ$, $ABC \sphericalangle = 56^\circ$, $BCA \sphericalangle = 69^\circ$.

24. Egyenlő szakaszok: $AF = FB$, $CE = EF$, $BE = EA$, $BC = BF$.
 Egyenlő szögek: $\angle CEB = 60^\circ$, $\angle BEF = 60^\circ$, $\angle FEA = 60^\circ$, $\angle EAF = 30^\circ$, $\beta = 30^\circ$.

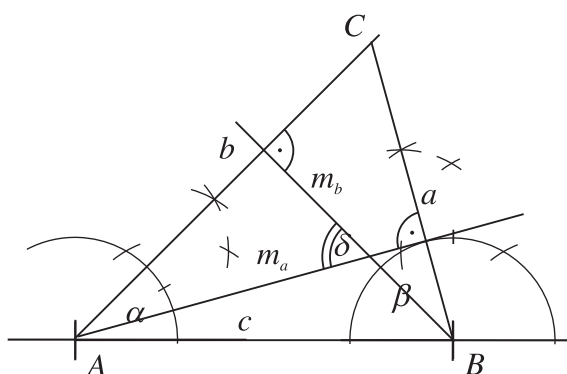
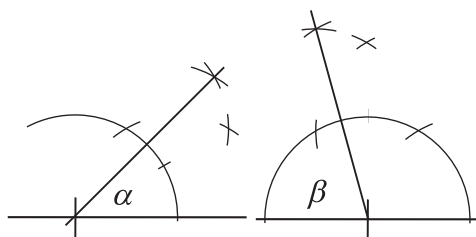
25. $\varphi = 140^\circ$.

26. Vázlat:



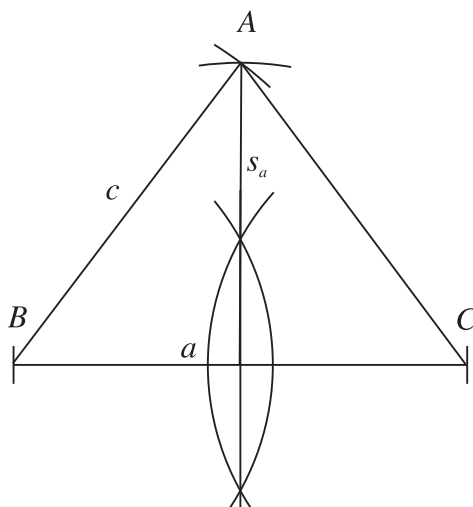
Szerkesztés menete:

1. A c oldal felvétele.
2. A csúcsba α szög másolása.
3. B csúcsba β szög másolása.
4. A harmadik csúcs a szögcsúcsok metszéspontja: C .



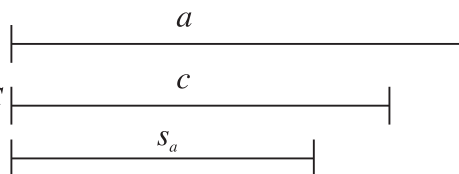
A két magasságvonal által bezárt szög: $\delta = 60^\circ$.

27. Szerkesztés:



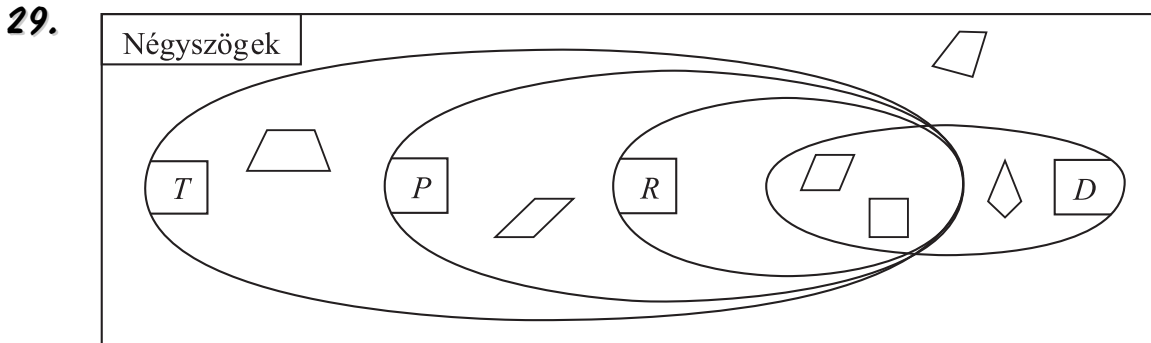
Szerkesztés menete:

1. a oldal felvétele, felezőpontjának megszerkesztése.
2. c oldallal körívet rajzolok a B csúcsból.
3. a oldal felezőpontjából körívet rajzolok s_a -val.
4. A két körív metszéspontja A .
5. A és C pont összekötése.



- 28.** a) $T = 30 \text{ cm}^2$;
 b) $K = 30 \text{ cm}$;
 c) $m_a = 12 \text{ cm}$, $m_b = 5 \text{ cm}$, $m_c = 4\frac{8}{13} \text{ cm}$;
 d) $s_a = 12,26 \text{ cm}$, $s_b = 7,81 \text{ cm}$;
 e) $r = 2 \text{ cm}$.

Négyszögek



- 30.** H, I, I, H, I, I, H, H, I, H, I.

- 31.** Rombusz: $\beta = 138^\circ$, $\gamma = 42^\circ$, $\delta = 138^\circ$;
 paralelogramma: $\alpha = 74^\circ$, $\beta = 106^\circ$, $\gamma = 74^\circ$, $\delta = 106^\circ$;
 trapéz: $\alpha = 44^\circ$, $\beta = 55^\circ$, $\gamma = 125^\circ$;
 deltoid: $\alpha = 110^\circ$, $\gamma = 30^\circ$, $\delta = 110^\circ$.

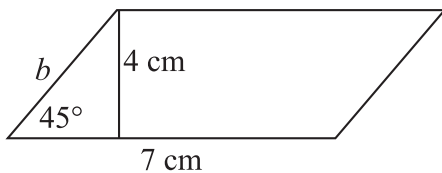
- 32.** $\alpha = 98^\circ$, $\beta = 89^\circ$; $\alpha = 75^\circ$, $\beta = 112^\circ$; $\alpha = 93,5^\circ$, $\beta = 93,5^\circ$.

- 33.** $K = 32 \text{ cm}$, $T = 44 \text{ cm}^2$.

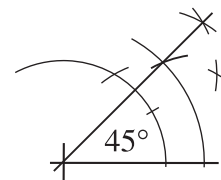
- 34.** $K = 66 \text{ cm}$, $T = 252 \text{ cm}^2$.

- 35.** $K = 24 \text{ cm}$, $T = 18 \text{ cm}^2$.

- 36.**

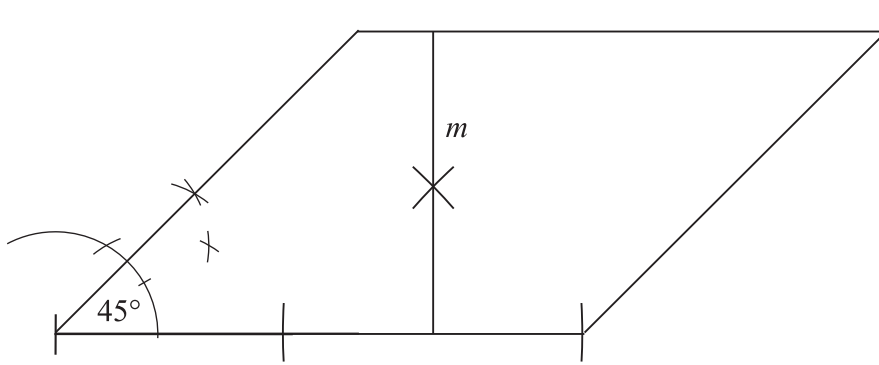


$b = 5,66 \text{ cm}$,
 $K = 25,32 \text{ cm}$,
 $T = 28 \text{ cm}^2$.

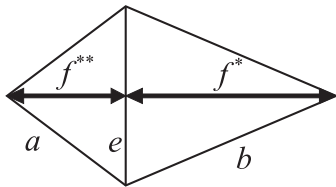


Szerkesztés menete:

1. 7 cm-es szakasz felvétele.
2. Egyik végpontjába 45° -os szög szerkesztése.
3. 7 cm-es oldallal 4 cm távolságra párhuzamos egyenes szerkesztése.
4. Ahol a 45° -os szög szára metszi a párhuzamost, onnan a 7 cm-es szakasz mérjük.
5. A kapott két végpont összekötése.



37.

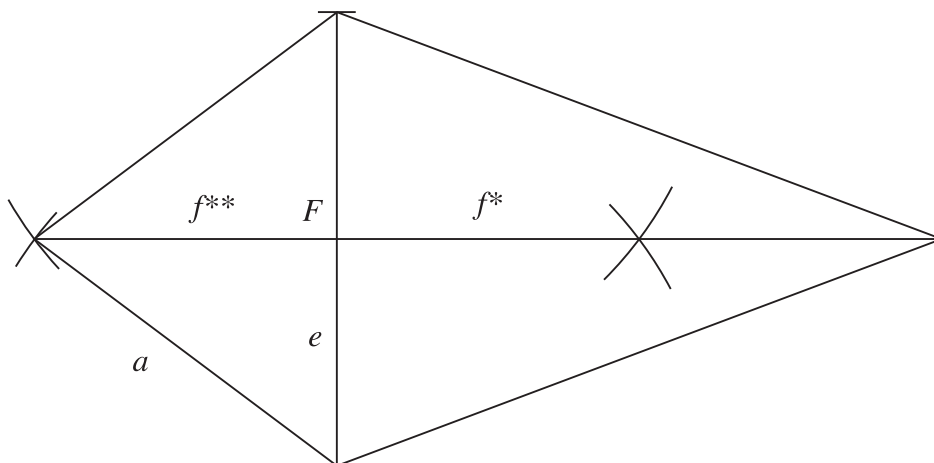
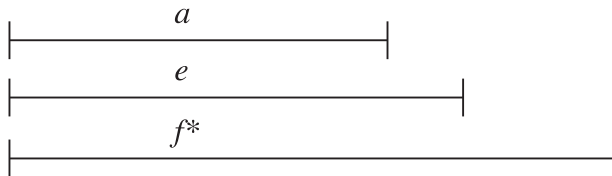


$b = 8,54$ cm, $K = 27,08$ cm, $f = 12$ cm, $f^{**} = 4$ cm,
 $T = 36$ cm.

Szerkesztés menete:

1. e átló felvétele.
2. a oldallal, mint szárral e alappal egyenlőszárú háromszög szerkesztése.
3. e felezőmerőlegesének megszerkesztése.
4. e felezőpontjából rámérem f^* -ot.
5. A kapott pontot összekötöm e végpontjaival.

Szerkesztés:



Sokszögek

38.

	háromszög	négyszög	ötszög	hatszög	hétaszög	tízsög	tizenhatszög	n -szög
Egy csúcsból húzható átlók száma	–	1	2	3	4	7	13	$n - 3$
Az egy csúcsból húzott átlók ennyi háromszögre bontják a sokszöget	–	2	3	4	5	8	14	$n - 2$
Összes átlók száma	–	2	5	9	14	35	104	$\frac{(n-3) \cdot n}{2}$
Belső szögeinek összege	180°	360°	540°	720°	900°	1440°	2520°	$(n - 2) \cdot 180^\circ$
Külső szögeinek összege	360°	360°	360°	360°	360°	360°	360°	360°

39. a) 65; b) 1980° ; c) 360° .

40. a) 135; b) 2880° ; c) 360° .

41. a) A sokszög 6 oldalú. b) A sokszög 13 oldalú. c) A sokszög 43 oldalú.

42. a) A sokszög 7 oldalú. b) A sokszög 14 oldalú. c) A sokszög 20 oldalú.

43. a) A sokszög belső szögeinek összege $2\ 160^\circ$.

b) A sokszög belső szögeinek összege $3\ 060^\circ$.

c) A sokszög belső szögeinek összege $3\ 780^\circ$.

44. a) A sokszög 8 oldalú. b) A sokszög 15 oldalú. c) A sokszög 17 oldalú. d) A sokszög 21 oldalú.

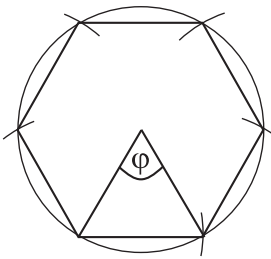
45. $T_1 = 35\text{ cm}^2$, $T_2 = 35\text{ cm}^2$, $T_3 = 42\text{ cm}^2$, $T = 112\text{ cm}^2$,
 $a = 7,28\text{ cm}$, $b = 8,06\text{ cm}$, $K = 25,34\text{ cm}$.

46.

	háromszög	négyszög	ötszög	hatszög	hétaszög	tízsög	tizenhatszög	n -szög
Középponti szögének nagysága	120°	90°	72°	60°	$\frac{360^\circ}{7}$	36°	$22,5^\circ$	$\frac{360^\circ}{n}$
Egy belső szögének nagysága	60°	90°	108°	120°	$\frac{900^\circ}{7}$	144°	$157,5^\circ$	$\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$
Egy külső szögének nagysága	120°	90°	72°	60°	$\frac{360^\circ}{7}$	36°	$22,5^\circ$	$\frac{360^\circ}{n}$
Szimmetriatengelyeinek száma	3	4	5	6	7	10	16	n
Középpontosan szimmetrikus-e?	nem	igen	nem	igen	nem	igen	igen	

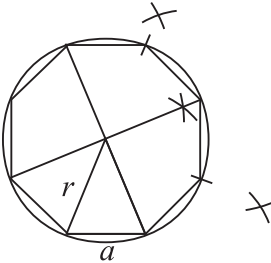
- 47.** a) 9; b) 140° ; c) 40° ; d) 9; e) nem.
- 48.** a) 12; b) 150° ; c) 30° ; d) 12; e) igen.
- 49.** a) A szabályos sokszög 18 oldalú.
b) A szabályos sokszög 24 oldalú.
c) A szabályos sokszög 36 oldalú.
- 50.** a) A szabályos sokszög 18 oldalú
b) A szabályos sokszög 25 oldalú.
c) A szabályos sokszög 30 oldalú.
- 51.** $K = 18 \text{ cm}$, $m_a \approx 2,6 \text{ cm}$, $T_{\text{háromszög}} = 3,9 \text{ cm}^2$, $T_{\text{hatszög}} = 23,4 \text{ cm}^2$.

Szerkesztés:



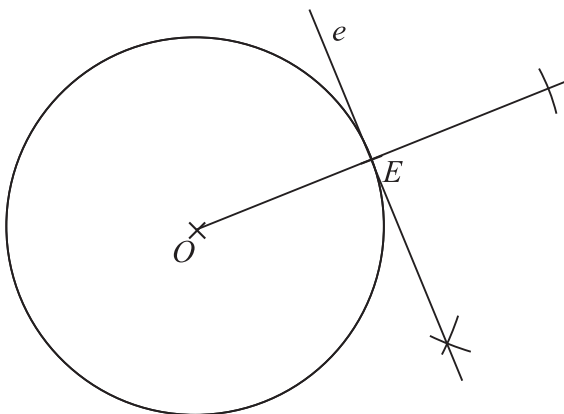
- 52.** $a = 2,3 \text{ cm}$, $K = 18,4 \text{ cm}$, $T_{\text{háromszög}} = 3,1855 \text{ cm}^2$, $T_{\text{nyolcszög}} = 25,48 \text{ cm}^2$.

Szerkesztés:



A kör

- 53.**



GEOMETRIAI ISMÉTLÉS

54. $K = 37,68 \text{ cm}$, $T = 113,04 \text{ cm}^2$.

55. A kerék átmérője **0,64 m**.

56. A körív hossza **75,36 cm**, a körcikk kerülete **111,36 cm**, a körcikk területe **602,88 cm²**.

57. A körív hossza **62,8 cm**, a körcikk kerülete **25,32 cm**, a körcikk területe **26,17 cm²**.

58. A pálya kerülete **357 m**, a területe **6962,5 m²**.

59. A keresett terület **40,192 cm²**.

60.

	R	r	d	K	T
a)	7 cm	3 cm	4 cm	62,8 cm	125,6 cm²
b)	9 cm	6 cm	3 cm	94,2 cm	141,3 cm²
c)	10 cm	7 cm	3 cm	106,76 cm	160,14 cm²
d)	8 cm	5 cm	3 cm	81,64 cm	122,46 cm ²

61. A körszelet területe **41,04 dm²**.

62. A körszelet területe **245,5 cm²**.

63. A hulladék területe **43,05 cm²**, ez **21,5** százaléka a háromszög területének.

Térgeometria

- 1.** A lapok száma **5**, a csúcsok száma **6**, az élek száma **9**.
- 2.** A hasábnak **9** lapja, **14** csúcsa és **21** éle van.
- 3.** A hasábnak **12** lapja, **24** csúcsa és **26** éle van.
- 4.** a) 7; b) 11; c) 10; d) 8.
- 5.** a) 10; b) 8; c) 8; d) 9.
- 6.** a) 0,237; b) 3400; c) 56; d) m^2 ; e) 280; f) mm^2 ; g) 57; h) cm^2 ; i) 8 000; j) dm^2 .
- 7.** a) 0,145; b) mm^3 ; c) $3,1 \text{ m}^3$; d) cm^3 ; e) 0,065; f) 0,246; g) 0,00000204; h) 1,2; i) 7530; j) 6,8.
- 8.** $A = 928 \text{ cm}^2$, $V = 1080 \text{ (cm}^3\text{)}$.
- 9.** A hasáb alapéle **4,5 dm**, oldaléle **13,5 dm** hosszú. A hasáb térfogata **273,375 dm³**.
- 10.** A téglatest élei **1,8 dm**, **2,7 dm**, **4,5 dm** hosszúak.
Az edény térfogata $21,87 \text{ dm}^3$. Ebbe az edénybe $21,87$ liter folyadék fér.
- 11.** A hasáb felszíne **312 dm²**, térfogata **216 dm³**.
- 12.** A hasáb felszíne **1219,68 cm²**, térfogata **2121 cm³**.
- 13.** A hasáb felszíne **148 cm²**, térfogata **120 cm³**.
- 14.** Az edénybe **5,88** liter víz fér.
- 15.** A tartály térfogata **1256 dm³**, magassága **16 dm**, a tartály felszíne **659,4 dm²**.
- 16.** A henger felszíne **1507,2 dm²**, térfogata **3617,28 dm³**.
- 17.** A henger felszíne **1884 dm²**, térfogata **6280 dm³**.
- 18.** A két test felszínének aránya $A_1 : A_2 = 703,36 : 357,96$, térfogatának aránya $V_1 : V_2 = 16 : 6$.
- 19.** A hulladék térfogata **12 825 cm³**, ez a rönk térfogatának **36,3** százaléka.

A gúla

20. A gúlának **8** lapja, **8** csúcsa és **14** éle van.

21. A gúlának **11** lapja, **11** csúcsa és **20** éle van.

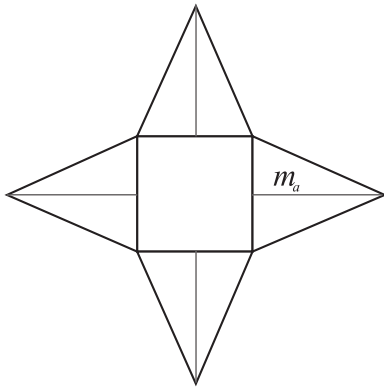
22. (15) (9) (4)

A gúla éleinek a száma **5-nél** nagyobb **páros** természetes szám lehet.

23. a) 10; b) 18; c) 9; d) 10.

24. a) 11; b) 15; c) 12; d) 8.

25.



- a) A gúla felszíne **96 cm²**, térfogata **48 cm³**.
- b) A gúla felszíne **12,96 dm²**, térfogata **1,728 dm³**.
- c) A gúla felszíne **842,56 cm²**, térfogata **1408 cm³**.

26. A gúla felszíne **110,4 cm²**.

27. A test felszíne **724 cm²**, térfogata **1333 cm³**.

28. A test felszíne **194,88 cm²**, térfogata **188,16 cm³**.

Az egyenes körkúp

29. a) A kúp felszíne **263,76 cm²**. b) A kúp felszíne **45,7184 dm²**.

30. a) A kúp felszíne **130,624 cm²**. b) A kúp térfogata **246 dm³**.

31. A kúp felszíne **565,2 cm²**, térfogata **401,92 cm³**.

TÉRGEOMETRIA

32. a) $A = 1808,64 \text{ cm}^2$, $V = 3215,36 \text{ cm}^3$; b) $A = 1205,76 \text{ cm}^2$, $V = 2411,52 \text{ cm}^3$.

33. A két kúp térfogatának aránya **2 : 3**.

34. A két kúp térfogatának aránya $V_1 : V_2 = 4 : 9$.

35. A keletkezett test felszíne **149,464 cm²**, térfogata **128,25 cm³**.

36. A keletkezett test felszíne **282,6 mm²**, térfogata **314 mm³**.

37. $A = 301,44 \text{ cm}^2$, $V = 301,44 \text{ cm}^3$, a keletkezett hulladék térfogata **602,88 cm³**.

38. A keletkezett test felszíne **18 517,5 cm²**, térfogata **157 293 cm³**.

39. a) A test felszíne **244,92 cm²**, térfogata **292,02 cm³**.

b) A test felszíne **320,28 cm²**, térfogata **329,7 cm³**.

40. Legkevesebb 15 lépéssel lehet átrakni a tornyot.

1.	5 Ft-ot a 2. körbe
2.	10 Ft-ot a 3. körbe
3.	5 Ft-ot a 3. körbe
4.	20 Ft-ot a 2. körbe
5.	5 Ft-ot az 1. körbe
6.	10 Ft-ot a 2. körbe
7.	5 Ft-ot a 2. körbe
8.	50 Ft-ot a 3. körbe
9.	5 Ft-ot a 3. körbe
10.	10 Ft-ot az 1. körbe
11.	5 Ft-ot az 1. körbe
12.	20 Ft-ot a 3. körbe
13.	5 Ft-ot a 2. körbe
14.	10 Ft-ot a 3. körbe
15.	5 Ft-ot a 3. körbe

A gömb

41. $V = 14,13 \text{ dm}^3$

42. $A = 452,16 \text{ m}^2; V = 904,32 \text{ m}^3$

43. $A = 32,15 \text{ m}^2; V = 17,14 \text{ m}^3$

44. $\Delta h = 0,734 \text{ cm}$

45. $A_g = 200,96 \text{ m}^2; V_g = 267,94 \text{ m}^3; V_f = 244,06 \text{ m}^3$

46. $N = 8$

Felvételire készülünk

1. feladatsor

1. $x = 8$, $y = 10$, $z = 0,2$, $w = 9$.
2. 26,25, 19,5, 15, 12, 10, $7\frac{1}{3}$.
3. a) 0,0544; b) 2500; c) 7; d) 0,44; e) 1 750.
4. a) Paliék 2 400 forintot fizettek.
b) A eset = B eset.
c) A esetben: 17,8 Ft, B esetben: 14 Ft.
5. a) Lekváros; b) 1 000 db; c) 20%; d) 72° ; e) ≈ 167 db.
6. a) A boltba 1 600 kötet érkezett.
b) Az első nap 576 kötetet adtak el.
c) A második nap az eredeti készlet 24 százaléka fogyott el.
d) A negyedik napra a készlet $\frac{1}{5}$ része maradt meg.
7. a) 8-féle háromszög készíthető.
b) 8-féle egyenlő szárú háromszög készíthető.
c) Az **egyenlő szárú** háromszög készítésének nagyobb a valószínűsége.
d) Annak, hogy a készített háromszög különböző oldalú, a valószínűsége 0.
8. a) Lehet, hogy igaz;
b) lehetetlen;
c) biztosan igaz;
d) lehet, hogy igaz;
e) biztosan igaz.
9. a) A háromszög oldalainak hossza $a = 12$ cm, $b = 10$ cm.
b) Az alaphoz tartozó magasság 8 centiméter.
c) A háromszög területe 48 cm².
10. $V = 88$ cm³, $A = 152$ cm².

5 lapja piros: 2,
4 lapja piros: 3,
3 lapja piros: 4,
2 lapja piros: 2.

2. feladatsor

1. $A = 155$, $B = 156$, $C = 90$.

Növekvő sorrend: $90 < 155 < 156$. $C < A < B$.

2. 1. I, 2. H, 3. I, 4. I, 5. I.

3. Tóni apukája **974 800** forint adót fizetett.

4. $1 + 1$, $1 + 2$, $1 + 3$, $1 + 4$, $1 + 5$, $1 + 6$,
 $2 + 2$, $2 + 3$, $2 + 4$, $2 + 5$, $2 + 6$,
 $3 + 3$, $3 + 4$, $3 + 5$, $3 + 6$,
 $4 + 4$, $4 + 5$, $4 + 6$,
 $5 + 5$, $5 + 6$,
 $6 + 6$.

Kata: $1 + 3$, $2 + 2$;

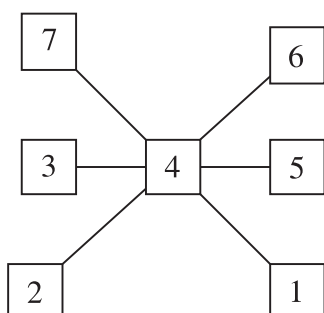
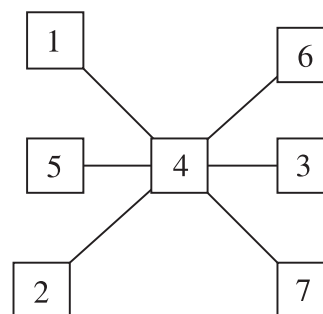
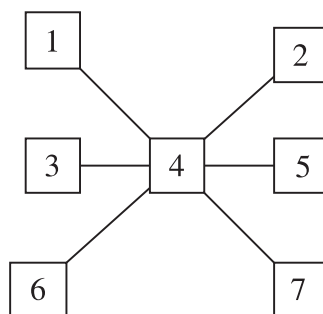
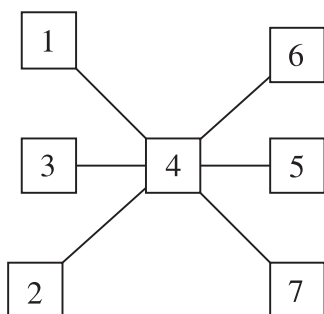
Laci: $1 + 6$, $2 + 5$, $3 + 4$;

Juli: $3 + 6$, $4 + 5$ dobások esetén győz.

Lacinak van legnagyobb esélye a győzelemre.

Katának van a legnehezebb dolga az utolsó dobáskor.

5.



- 6.** a) 1970 és 1980 között volt a legnagyobb változás.
 b) A lakóinak száma kb. 8%-kal csökkent.
 c) Átlagosan 3 107 lakója volt a településnek.
- 7.** $\alpha = 30^\circ$.
- 8.** a) Az ötödik nap **22** percig tornázott Ede.
 b) A napi maximális edzésidő **40** perc.
 c) Az egy hónap során **1035** percet, azaz **17,25** órát edzett.
- 9.** a) Az üzlet **137,5** kg barackot kapott.
 b) Az első nap **92,5** kg, a második nap **27** kg barack volt az eladott mennyiség.
 c) A barack eredeti ára **280** Ft/kg.
 d) A barack eladásából az üzlet bevétele **37 240** forint volt.
- 10.** a) A kocka éle **14** centiméter.
 b) $A_{\text{kocka}} : A_{\text{téglatest}} = 1176 : 2260 = 294 : 565$
 c) A kisebb téglatest élei 6 cm, 14 cm hosszúak.
 A nagyobb téglatest élei 11 cm, 14 cm, 20 cm hosszúak.
 d) $V_{\text{kocka}} = 2\,744 \text{ cm}^3$, $V_{\text{kisebb téglatest}} = 1\,176 \text{ cm}^3$.
 A két térfogat közötti eltérés $1\,568 \text{ cm}^3$.

3. feladatsor

- 1.** a) $A = 20$; b) $B = -\frac{13}{20}$; c) $C = -\frac{27}{125}$; d) $D = 4386$
- 2.** a) 50; b) 700; c) 110; d) 1400, 3500
- 3.** 16-féleképpen ülhetnek le az asztalhoz.
- 4.** $ACB\angle = 70^\circ$; $CAB\angle = 68^\circ$; $DAC\angle = 124^\circ$; $CBA\angle = 42^\circ$
- 5.** 30 tanuló van az osztályban.
- 6.** Dóri piros, Nóri zöld és Bori kék bikinit vásárolt.
- 7.** a) 1 h; b) 1 h; c) $7 \frac{\text{km}}{\text{h}}$; d) 2 km; e) 1. órában; f) 7 óra, 24 km
- 8.** a) 16 nap; b) 36 nap; c) $\frac{36}{82} = \frac{18}{41}$
- 9.** a) 40 perces; b) 2-szer annyi ideig tartott
- 10.** a) 8; b) 28; c) 32; d) 12

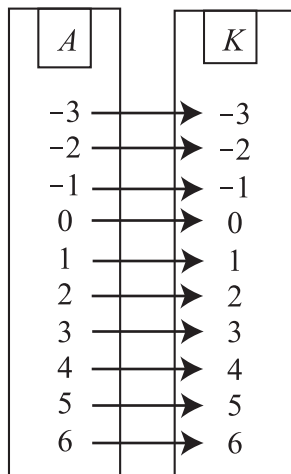
4. feladatsor

- 1.** a) $A = -\frac{3}{2}$; b) $B = 1$; c) $C = \frac{3}{5}$; d) $D = -\frac{7}{5}$
- 2.** a) Igen. b) 8-féleképpen.
- 3.** a) 29; b) 0,44; c) 2950; d) 0,205
- 4.** a) 2016, 2106, 6012, 6102, 3014, 3104, 4013, 4103; b) 3 : 1
- 5.** $\angle BAD = 70^\circ$; $\angle ADB = 55^\circ$; $\angle DGC = 15^\circ$; $\angle DBE = 140^\circ$
- 6.** 200 km hosszú utat tettek meg.
- 7.** Anya 39 éves, Apa 44 éves, Anikó 14 éves, Kitti 10 éves, Dóri 5 éves.
- 8.** a) 25 fő; b) 7 fő; c) b osztály; d) 7 : 4; e) 8 : 7
- 9.** 200 kg
- 10.** a) 120 cm^3 ; b) 44 db; c) 192 cm^2 ; d) 12 db

Függvények

Hozzárendelések

1. I) Nyíldiagrammal:

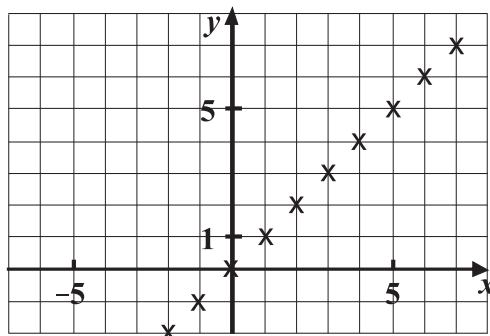


II) Táblázattal:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6

III) Szabállyal: $x \mapsto x$

IV) Grafikonnal:

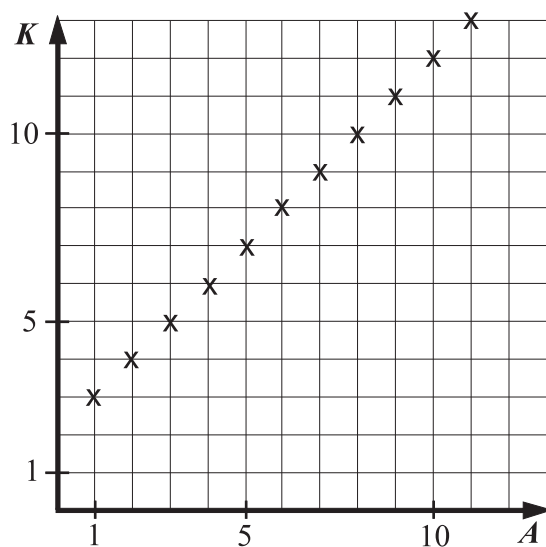


V) Egyenlettel: $x = y$

2.

Az A elemei	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
A K elemei	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

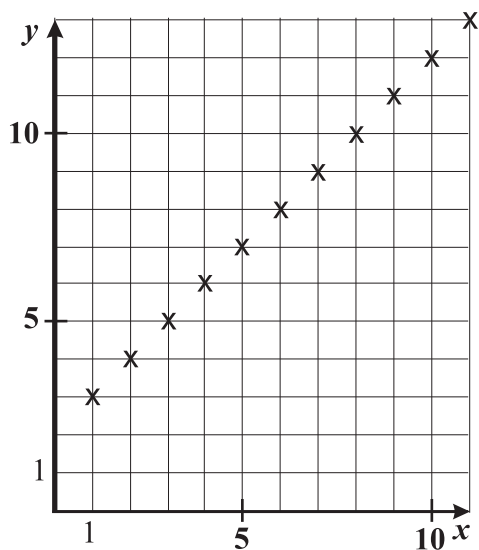
Szabály: $x \mapsto x + 2$



FÜGGVÉNYEK

3.

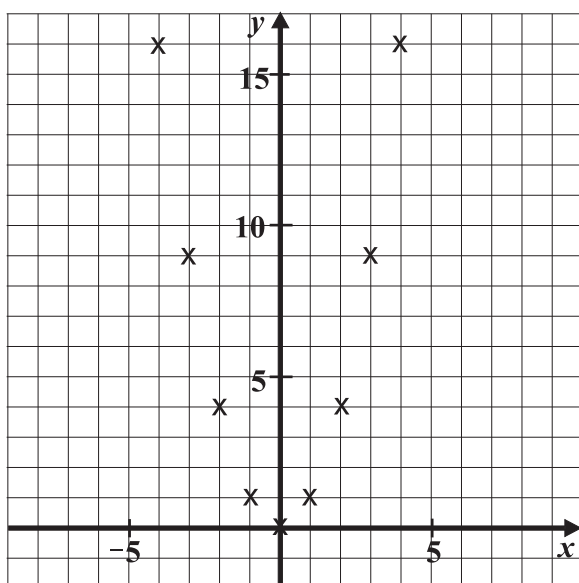
A elemei (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
K elemei ($y = x + 2$)	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13



4.

A elemei (x)	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
K elemei (y)	36	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25	36

Szabály: $x \mapsto x^2$

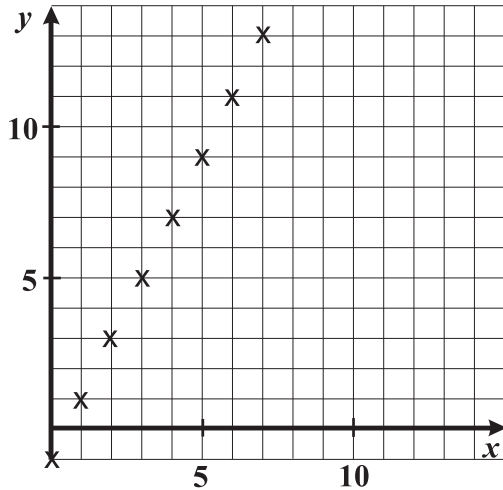


5. a) Ez a hozzárendelés **függvény**, mert **minden számhoz egy számot rendelünk**.
 b) Ez a hozzárendelés **függvény**, mert **minden sokszögnek egyetlen kerülete van**.
 c) Ez a hozzárendelés **nem függvény**, mert **lehet valakinek több testvére is**.
 d) Ez a hozzárendelés **nem függvény**, mert **egy számhoz több számot rendelünk**.

FÜGGVÉNYEK

- e) Ez a hozzárendelés **függvény**, mert **egy természetes számhoz egy természetes számot rendelünk**.
- f) Ez a hozzárendelés **függvény**, mert **egy ponthoz egyetlen pontot rendelünk**.

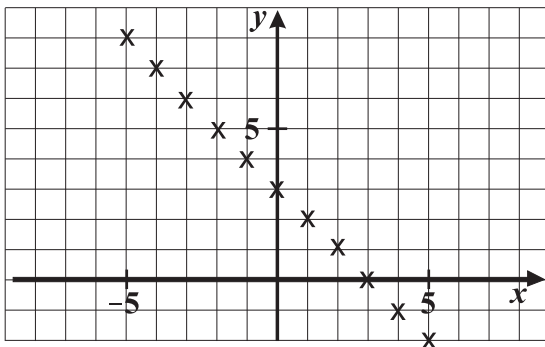
6. Szabály: $x \mapsto 2x - 1$



- 7.** a) $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}, \quad x \mapsto |x|, y = |x|, \quad g(x) = |x|;$
- b) $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, \quad x \mapsto \frac{1}{3}x, \quad y = \frac{1}{3}x, \quad f(x) = \frac{1}{3}x;$
- c) $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, \quad x \mapsto x + 2, \quad y = x + 2, \quad f(x) = x + 2;$
- d) $\mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}, \quad x \mapsto -x, \quad y = -x, \quad f(x) = -x;$
- e) $\mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}, \quad x \mapsto x^2 - 2, \quad y = x^2 - 2, \quad f(x) = x^2 - 2;$
- f) $\mathbb{Q}_0^+ \rightarrow \mathbb{Q}, \quad x \mapsto \sqrt{x}, \quad y = \sqrt{x}, \quad f(x) = \sqrt{x};$
- g) $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, \quad x \mapsto -2|x|, \quad y = -2|x|, \quad f(x) = -2|x|.$

8.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$g(x)$	8	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2



FÜGGVÉNYEK

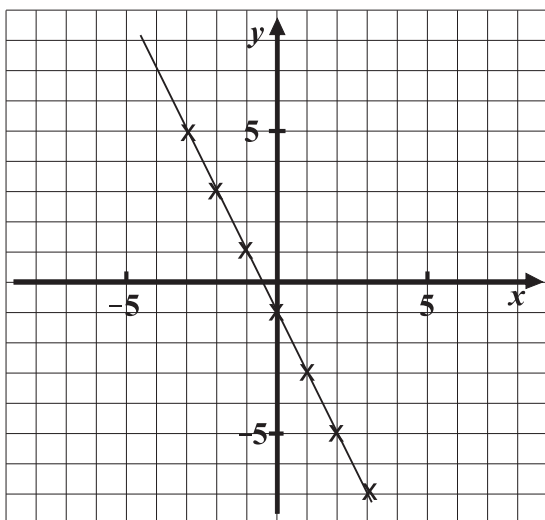
9.

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
$f(x)$	0	1	2	3	4	5	6

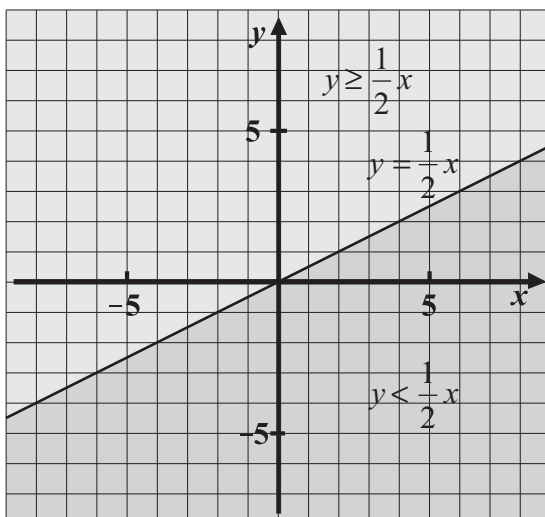
 $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$

10.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$g(x)$	5	3	1	-1	-3	-5	-7

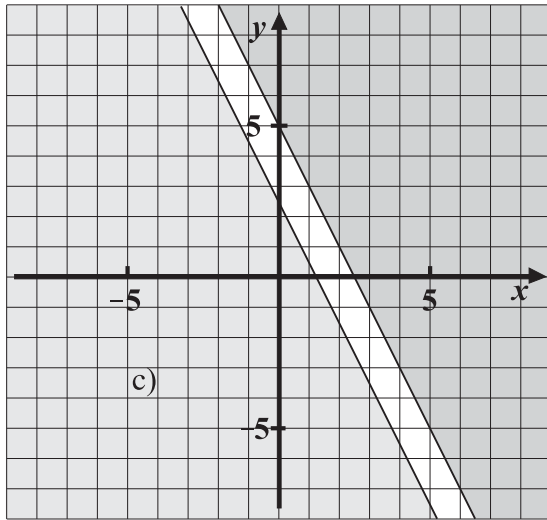
 $g(x) = -2x - 1, y = -2x - 1.$


11. a) $y = \frac{x}{2}, \quad a(x) = \frac{1}{2}x;$
 b) $y \geq \frac{1}{2}x, \quad b(x) \geq \frac{1}{2}x;$
 c) $y < \frac{1}{2}x, \quad c(x) < \frac{1}{2}x.$



FÜGGVÉNYEK

12. a) $y(x) < -2x + 5$; b) $y(x) < -2x + \frac{5}{2}$; c) $y(x) > -2x + 5$.

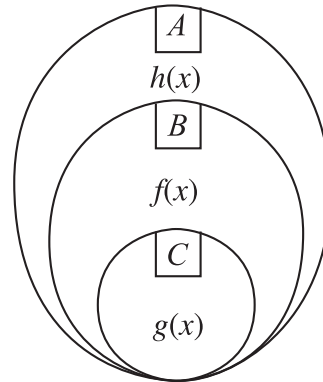
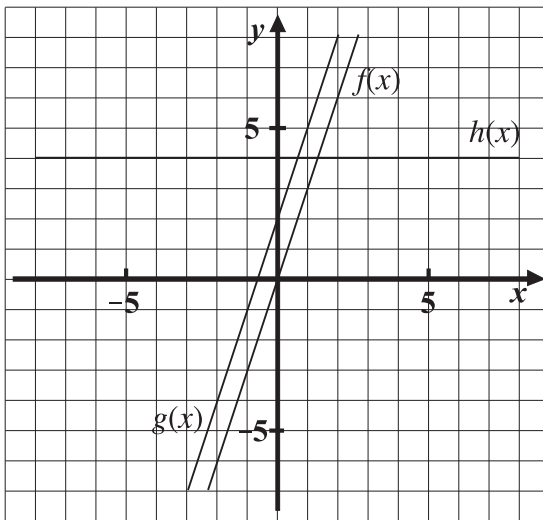


13.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-4	-1	2	5	8

x	-2	-1	0	1	2
$g(x)$	-6	-3	0	3	6

x	-2	-1	0	1	2
$h(x)$	4	4	4	4	4



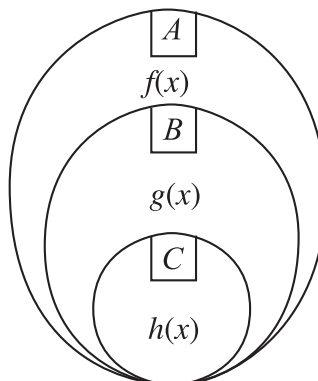
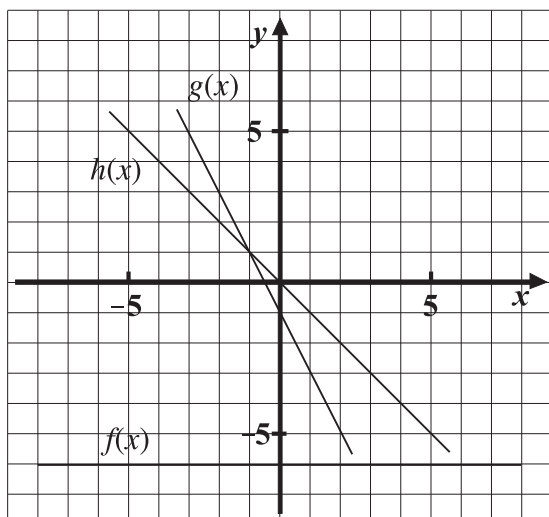
14.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-6	-6	-6	-6	-6

x	-2	-1	0	1	2
$g(x)$	3	1	-1	-3	-5

x	-2	-1	0	1	2
$h(x)$	2	1	0	-1	-2

FÜGGVÉNYEK

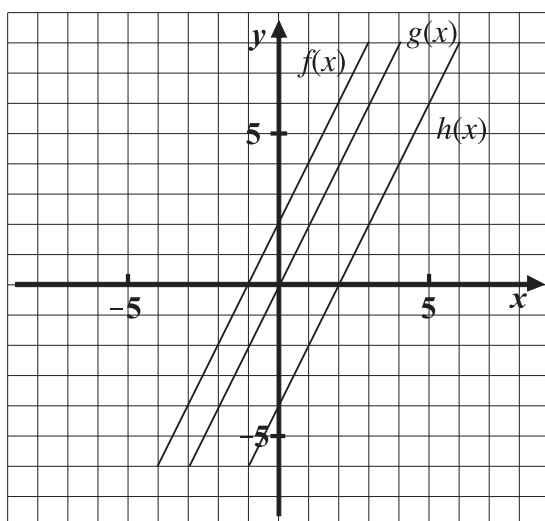


15.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	0	2	4	6

x	-2	-1	0	1	2
$g(x)$	-4	-2	0	2	4

x	-2	-1	0	1	2
$h(x)$	-8	-6	-4	2	0



A három grafikon egymással párhuzamos.

Megegyeznek az együtthatóikban, különböznek a konstansokban.

16. $m_f = 3$, $m_g = \frac{4}{3}$, $m_h = -4$, $m_i = -6$, $m_k = \frac{6}{2} = 3$, $m_l = \frac{4}{3}$.

$f(x)$ grafikonja \parallel a $k(x)$ grafikonjával,
 $g(x)$ grafikonja \parallel a $l(x)$ grafikonjával.

17. $a_1(x) = 4x$,

$a_2(x) = 4x + 5$,

$a_3(x) = 4x + 1$,

$b_1(x) = -3x$,

$b_2(x) = -3x + 7$,

$b_3(x) = -3x - 2$,

$c_1(x) = -\frac{4}{3}x$,

$c_2(x) = -\frac{4}{3}x - \frac{7}{3}$,

$c_3(x) = -\frac{3}{4}x + 3$.

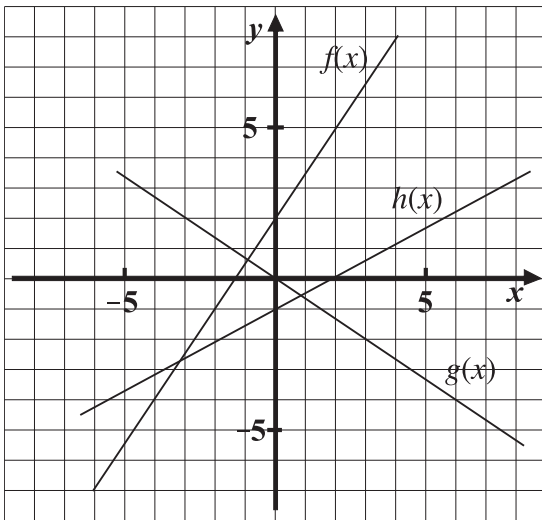
FÜGGVÉNYEK

18.

x	-2	-1	0	1
$f(x)$	-1	$\frac{1}{2}$	2	$3\frac{1}{2}$

x	-1	0	1	2
$g(x)$	$\frac{2}{3}$	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{4}{3}$

x	-1	0	1	2
$h(x)$	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0



A $g(x)$ és $h(x)$ függvények grafikonjai egymást **metszik**.

A $g(x)$ és $f(x)$ függvények grafikonjai egymásra **merőlegesek**.

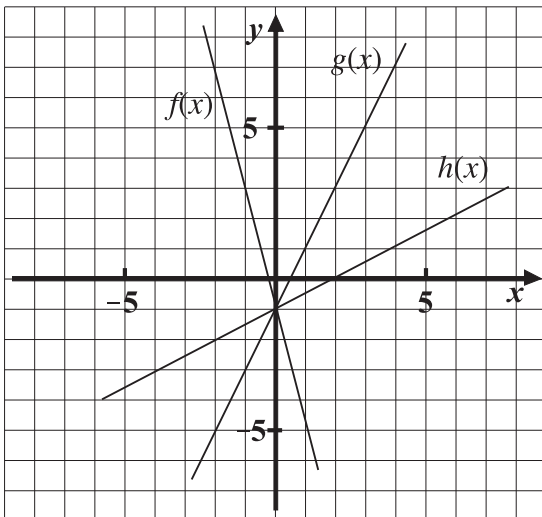
A $h(x)$ és $g(x)$ függvények grafikonjai egymást **metszik**.

19.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	7	3	-1	-5	-9

x	-2	-1	0	1	2
$g(x)$	-5	-3	-1	1	3

x	-2	-1	0	1	2
$h(x)$	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0



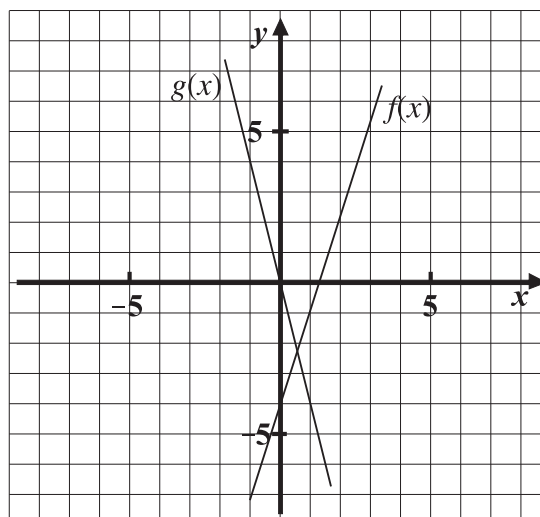
A három grafikon az y tengelyt a **-1 pontban metszi**.

A $h(x)$ függvény grafikonja zár be nagyobb szöget az x tengellyel.
A $g(x)$ függvénynek nagyobb a meredeksége.

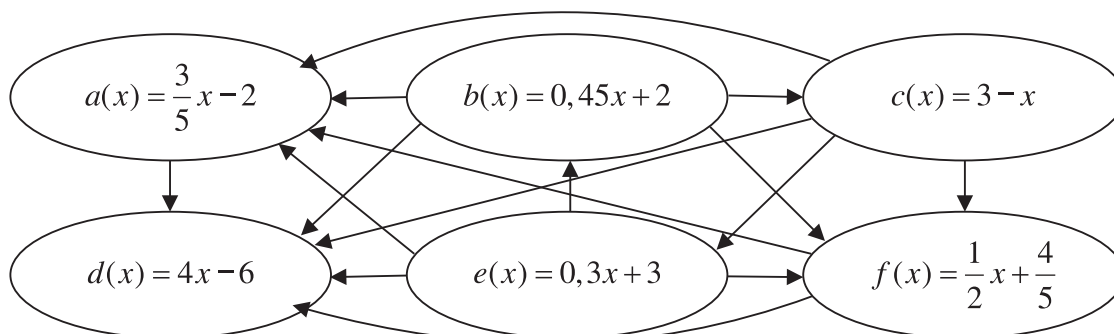
FÜGGVÉNYEK

20. $P_f(0; -4)$ $Q_f(1; -1)$,

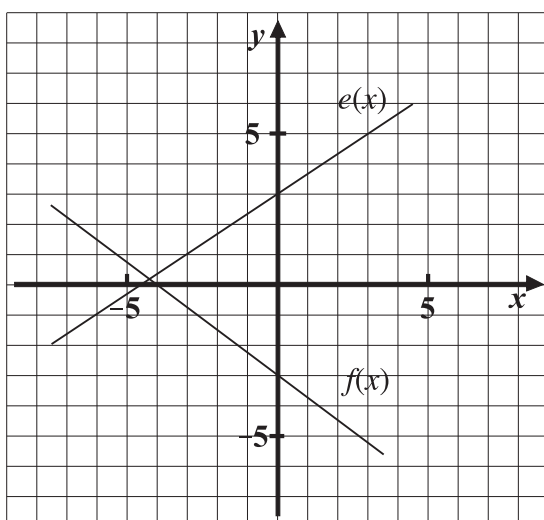
$P_g(0; 0)$ $Q_g(1; -4)$.



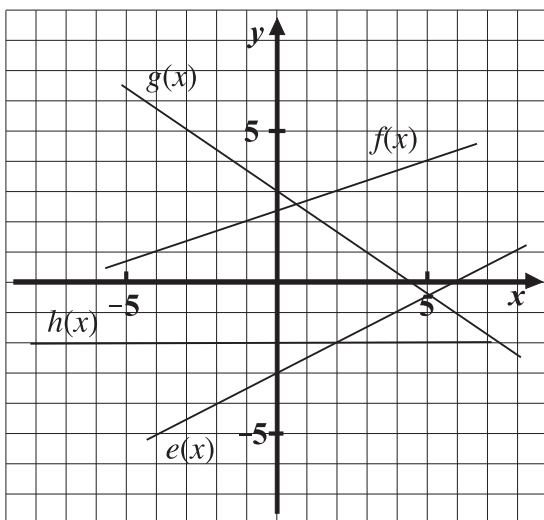
21.



22. $P_e(0; 3)$, $Q_e\left(1; 3\frac{2}{3}\right)$, $P_f(0; -3)$, $Q_f\left(1; -3\frac{3}{4}\right)$.

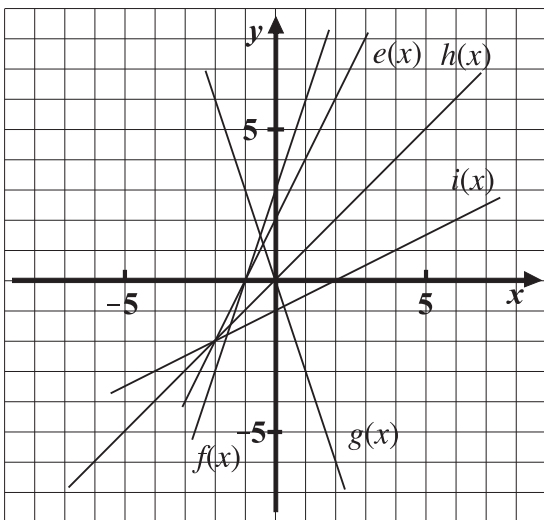


23. a) $e(x) = \frac{1}{2}x - 3$; b) $f(x) = \frac{1}{3}x + 2\frac{1}{3}$; c) $g(x) = -\frac{2}{3}x + 3$; d) $h(x) = -2$.



24. $a(x) = x + 5$, $b(x) = -2x - 2$, $c(x) = -3$, $d(x) = \frac{1}{3}x$, $e(x) = -\frac{3}{2}x - 3,5$, $f(x) = \frac{2}{5}x + 3$,
 $g(x) = \frac{4}{3}x$, $h(x) = 2$.

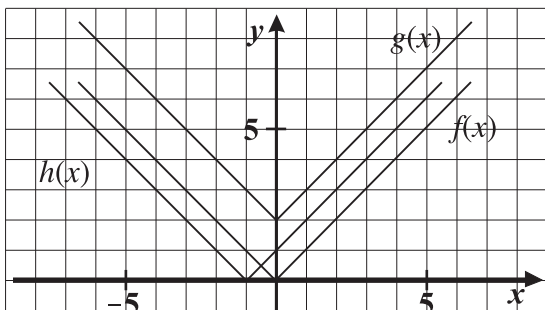
25. $e(x) = 2x + 2$, $f(x) = 3x + 3$, $g(x) = -3x$, $h(x) = x$, $i(x) = \frac{1}{2}x - 1$.



FÜGGVÉNYEK

26.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5
$g(x)$	7	6	5	4	3	2	3	4	5	6	7
$h(x)$	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6



A $g(x)$ -et megkaphatjuk, ha az $f(x)$ -et eltoljuk az y tengely mentén 2 egységgel fölfelé.

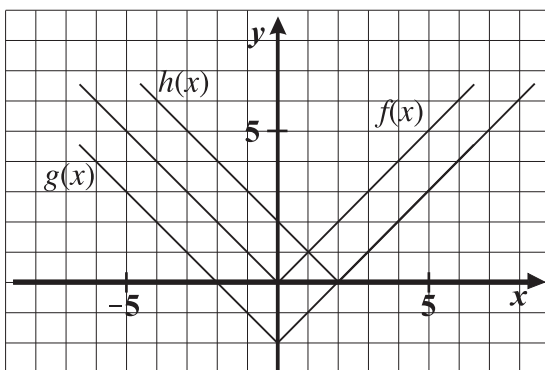
A $h(x)$ -et megkaphatjuk, ha az $f(x)$ -et eltoljuk az x tengely mentén 1 egységgel balra.

$g(x)$: a függvény értéket növelem 2-vel.

$h(x)$: a változót növelem 1-gyel.

27.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5
$g(x)$	3	2	1	0	-1	-2	-1	0	1	2	3
$h(x)$	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3



A $g(x)$ -et megkaphatjuk, ha az $f(x)$ -et eltoljuk az y tengely mentén 2 egységgel lefelé.

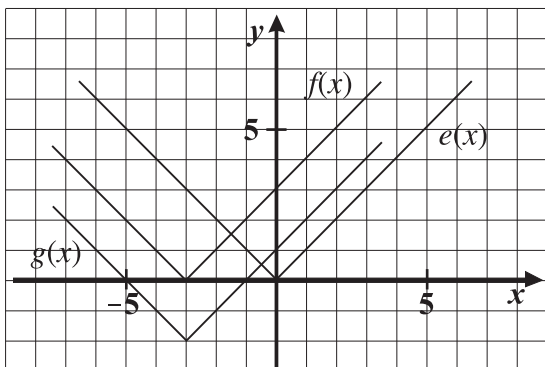
A $h(x)$ -et megkaphatjuk, ha az $f(x)$ -et eltoljuk az x tengely mentén 2 egységgel jobbra.

$g(x)$: a függvény értéket csökkentem 2-vel.

$h(x)$: a változót csökkentem 2-vel.

28.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$e(x)$	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$g(x)$	0	-1	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6



$e(x)$ minimumhely: $x = 0$,

minimumérték: $y = 0$,

$f(x)$ minimumhely: $x = -3$,

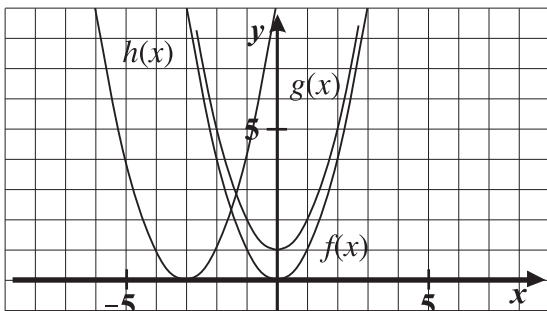
minimumérték: $y = 0$,

$g(x)$ minimumhely: $x = -3$,

minimumérték: $y = -2$.

29.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	9	4	1	0	1	4	9
$g(x)$	10	5	2	1	2	5	10
$h(x)$	0	1	4	9	16	25	36

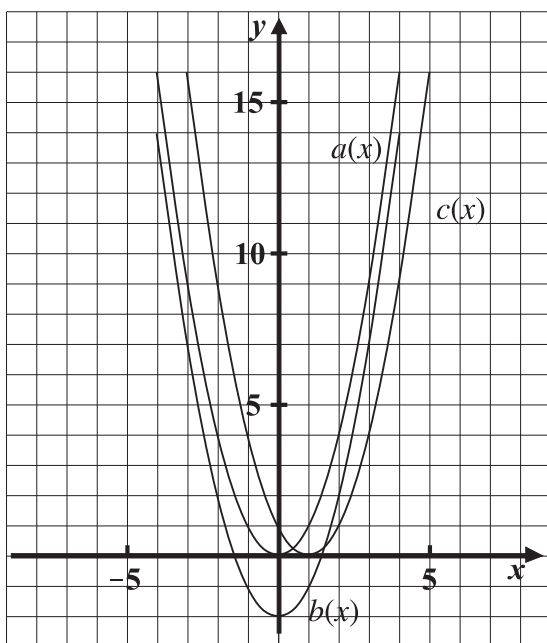


Az $f(x)$ grafikonjából a $g(x)$ grafikonját megkaphatjuk, ha az $f(x)$ grafikont eltoljuk az y tengely mentén 1 egységgel fölfelé.

Az $f(x)$ grafikonjából a $h(x)$ grafikonját megkaphatjuk, ha az $f(x)$ grafikont eltoljuk az x tengely mentén 3 egységgel balra.

30.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$a(x)$	9	4	1	0	1	4	9
$b(x)$	7	2	-1	-2	-1	2	7
$c(x)$	16	9	4	1	0	1	4



$a(x)$ grafikonjából $b(x)$ grafikonját megkaphatjuk, ha $a(x)$ grafikont eltoljuk az y tengely mentén 2 egységgel lefelé.

$a(x)$ grafikonjából $c(x)$ grafikonját megkaphatjuk, ha $a(x)$ grafikont eltoljuk az x tengely mentén 1 egységgel jobbra.

31.

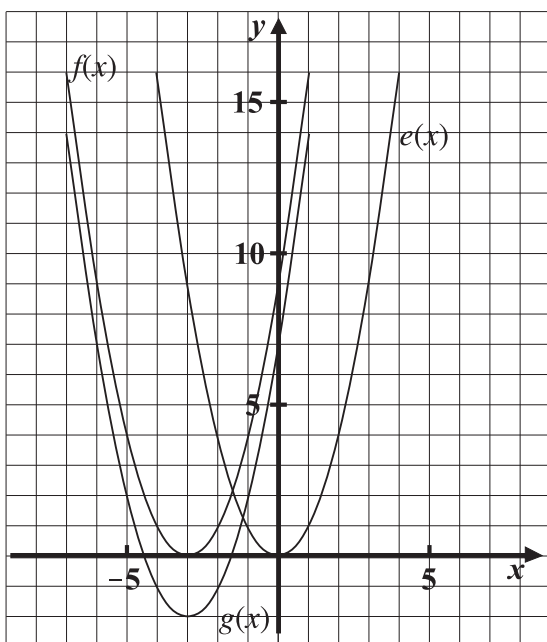
x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$e(x)$	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25
$f(x)$	4	1	0	1	4	9	16	25	36	49	64
$g(x)$	2	-1	-2	-1	2	7	14	23	34	47	62

$$e(x) = x^2,$$

$$f(x) = (x + 3)^2,$$

$$g(x) = (x + 3)^2 - 2.$$

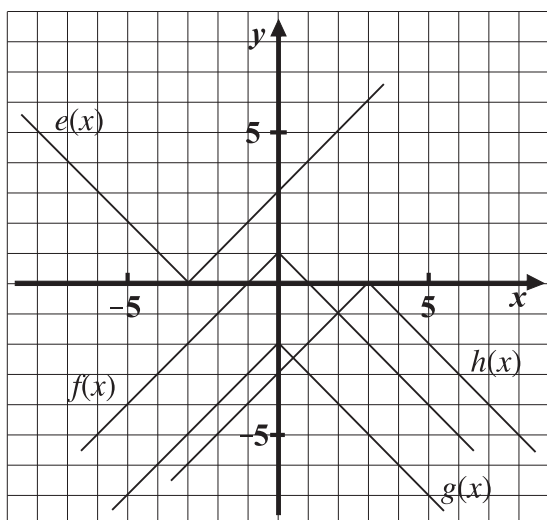
FÜGGVÉNYEK



$e(x)$ minimumhely: $x = 0$,
 minimumérték: $y = 0$,
 $f(x)$ minimumhely: $x = -3$,
 minimumérték: $y = 0$,
 $g(x)$ minimumhely: $x = -3$,
 minimumérték: $y = -2$.

32.

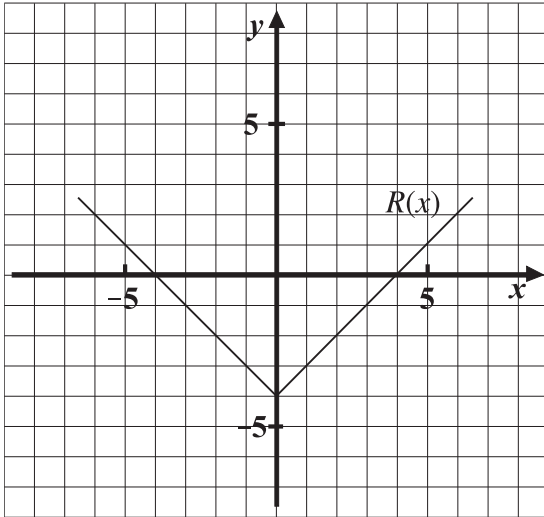
x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$e(x)$	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	-1	-2	-3	-4
$g(x)$	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-3	-4	-5	-6	-7
$h(x)$	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	-1	-2



$e(x)$: minimumhely: $x = -3$,
 minimumérték: $y = 0$,
 $f(x)$: maximumhely: $x = 0$,
 maximumérték: $y = 1$,
 $g(x)$: maximumhely: $x = 0$,
 maximumérték: $y = 2$,
 $h(x)$: maximumhely: $x = 3$,
 maximumérték: $y = 0$.

FÜGGVÉNYEK

33.



Értelmezési tartomány: \mathbb{R} .

Értékkészlet: $y \in [-4; \infty[; \mathbb{R}$.

Minimumhely: $x = 0$.

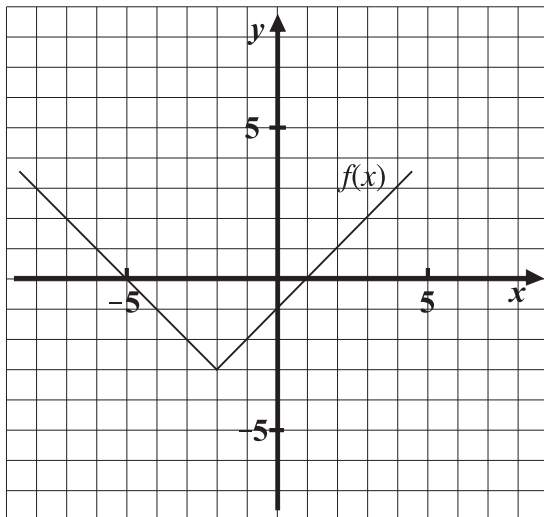
Minimumérték: $y = -4$.

Menete: csökkenő, $x \in]-\infty; 0]$,

növekvő, $x \in [0; \infty[$.

Az $f(x)$ függvény grafikonja az $x = -4$; 4 pontban metszi az x tengelyt.

34.



Értelmezési tartomány: \mathbb{R} .

Értékkészlet: $y \geq -3$.

Minimumhely: $x = -2$.

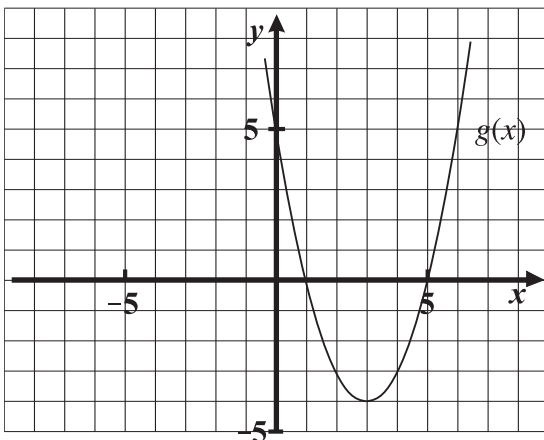
Minimumérték: $y = -3$.

Menete: csökkenő, $] -\infty; -2]$,

növekvő, $[-2; \infty[$.

Zérushely(ek): $x = -5; 1$.

35.



Értelmezési tartomány: \mathbb{R} .

Értékkészlet: $y \geq -4$.

Minimumhely: $x = 3$.

Minimumérték: $y = -4$.

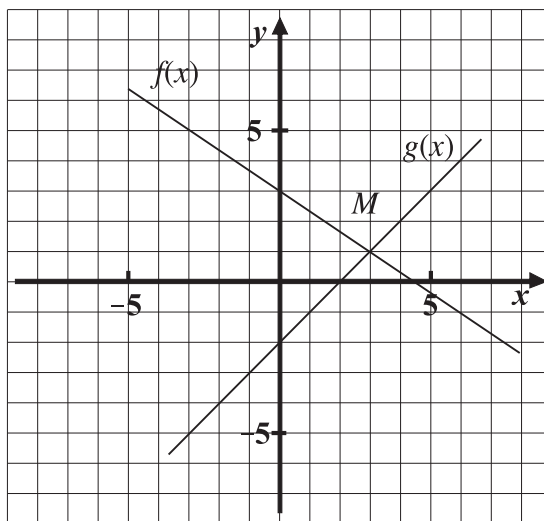
Menete: csökkenő, $] -\infty; 3]$,

növekvő, $[3; \infty[$.

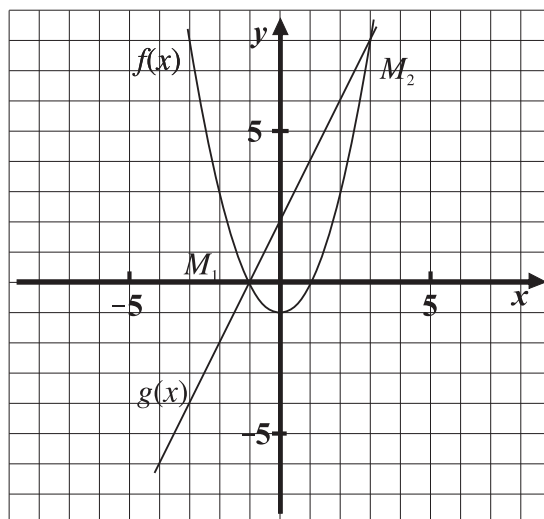
Zérushely(ek): $x = 1; 5$.

Egyenletek grafikus megoldása

36. $x = 3, y = 1, M(3;1)$

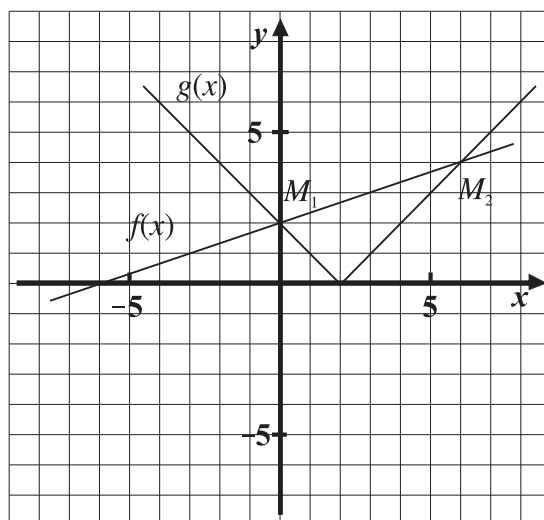


37. Megoldások: $M_1(-1; 0); M_2(3; 8)$.

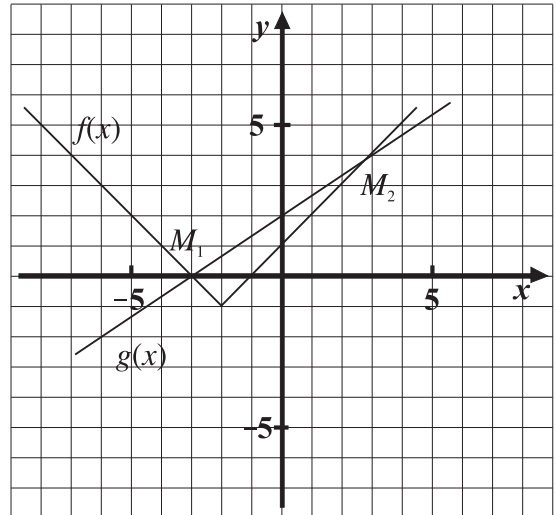


38. $f(x) = \frac{1}{3}x + 2, g(x) = |x - 2|$.

Megoldások: $M_1(0; 2); M_2(6; 4)$.

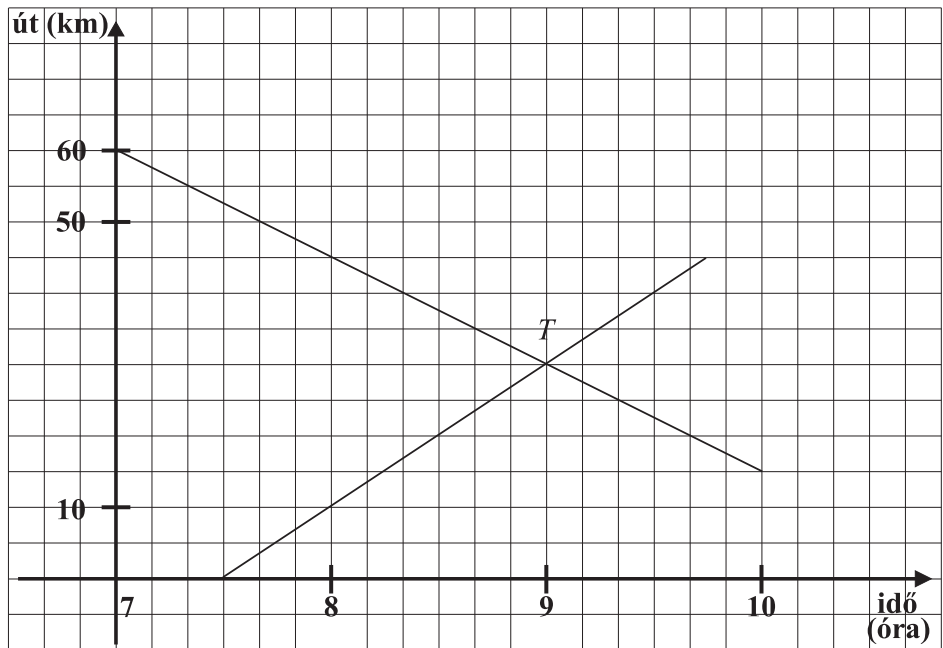


39. Megoldások: $M_1(-3; 0)$; $M_2(3; 4)$.

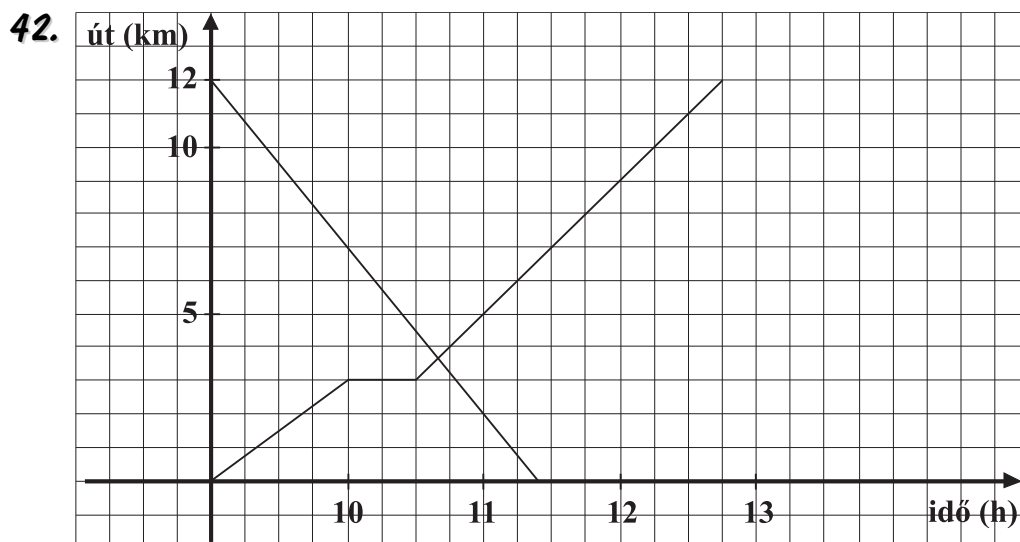


Szöveges feladatok megoldása grafikusan

40. A két kerékpáros 9 órakor találkozott, az A településtől 30 kilométer távolságra.



41. Az első órában 4 km-t tettek meg; pihentek, játszottak 2 órát; hazaindultak 14 órakor; hazaértek 17 órakor; a túra 22 km hosszú volt; összesen 9 órán át túráztak.



A két társaság $\approx 10,6$ órakor találkozott.

43. 8 órakor indultak.

A B jármű tartott pihenőt.

A B járműnek volt nagyobb az átlagsebessége.

10 óra 7,5 perckor találkoztak.

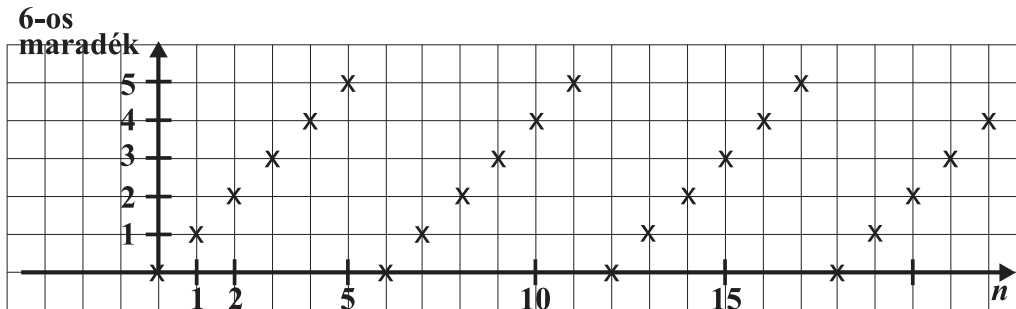
Az A jármű 127,5 km, a B jármű 112,5 km utat tett meg a találkozásig.

Az A -nak 4 óra; B -nek 3,5 óra volt az útja.

Sorozatok

1. a) 11, 14, 17, ... ;
 b) 3, -3, 3, ... ;
 c) 11, 15, 20, ... ;
 d) 12, 15, 18,

2. A kapott sorozat: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 0, 1, 2, ...



3. a) $a_1 = -1$, $a_2 = 13$, $a_3 = -5$, $a_4 = -7$;

b) $b_1 = 3$, $b_2 = 6$, $b_3 = 11$, $b_4 = 18$;

c) $c_1 = 0$, $c_2 = 1$, $c_3 = 3$, $c_4 = 6$;

d) $d_1 = 4$, $d_2 = 3\frac{1}{2}$, $d_3 = 3\frac{1}{3}$, $d_4 = 3\frac{1}{4}$.

4. a) $a_n = a_1 + (n-1) \cdot 5$; b) $b_n = b_1 \cdot (-3)^{n-1}$; c) $c_n = c_1 + (n-1) \cdot 3$; d) $d_n = d_1 + (n-1) \cdot (-3)$.

Számtani sorozatok: a), c), d).

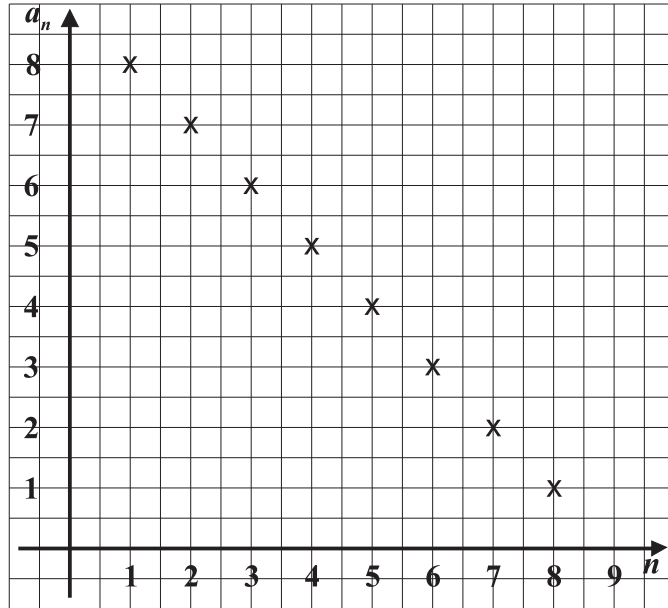
5. $a_{20} = 112$, $S_{20} = 1\ 100$.

6. Mindenkit le tudtak ültetni. Az utolsó sorba **42** szék került.

7. $a_{34} = 504$, $S_{34} = 9\ 843$.

8. $a_{20} = 1571,1$, $S_{20} = 15\ 652$.

9. $a_1 = 8,$
 $a_2 = 7,$
 $a_3 = 6,$
 $a_4 = 5,$
 $a_5 = 4,$
 $a_6 = 3,$
 $a_7 = 2,$
 $a_8 = 1,$
 $a_9 = 0,$
 $a_9 - a_3 = 6d,$
 $0 - 6 = 6d \rightarrow d = -1.$



10. A keresett összeg **816**.
11. a) 108,5 kg; b) 80 kg; c) 63 kg.
 Elemérnek ezek alapján a **c)** fogyókúra receptet ajánlom.
12. Az 1. év végére **660 000** Ft-ja, a 2. év végére **726 000** Ft-ja, a 3. év végére **798 600** Ft-ja, a 4. év végére **878 460** Ft-ja lesz. Minden hányados azonos, **1,1** értékű.
13. Az első év végén **112 000** Ft volt az értéke.
 A második év végére **89 600** Ft volt az értéke.
 Most **71 680** Ft az értéke.
 Minden hányados azonos, **0,8** értékű.
14. $a_7 = \frac{1}{243}.$
15. $a_1 = 2, a_2 = 6, a_3 = 18, a_4 = 54, a_5 = 162, a_6 = 486.$ Összegük: 728.
16. Számtani sorozat lehet: c), f), e).
 Mértani sorozat lehet: a), d).
 a) $\frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64} \dots;$ b) 5, 4, 8 ...; c) $1, \frac{3}{4}, \frac{6}{4} \dots;$ d) $\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3} \dots.$
17. a) $a_1 = \frac{2}{9};$ b) $a_1 = \frac{3}{32};$ c) $a_1 = 384;$ d) $a_1 = 1.$

18. $a_4 = 9\sqrt{2}$, illetve $a_4 = -9\sqrt{2}$.

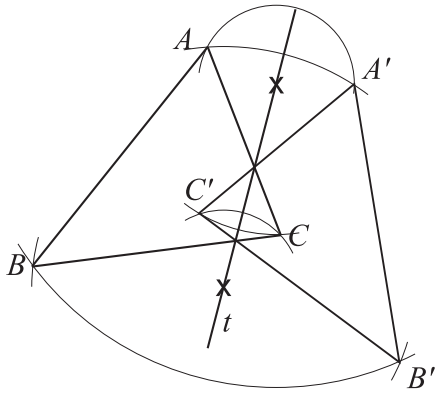
19. a) nem eleme; b) nem eleme.

20. Húsz év múlva a település lakóinak a száma **112 123** lesz.
A település lakóinak a száma **24** év múlva lesz kevesebb 100 000-nél.

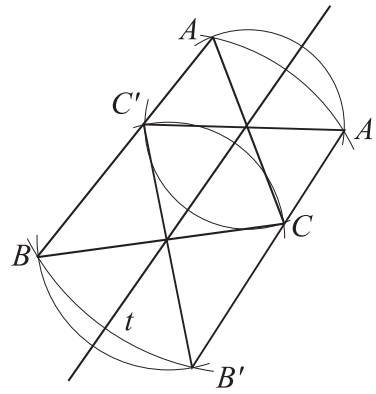
Geometriai transzformáció, hasonlóság

1. H, I, I, I, H, I.

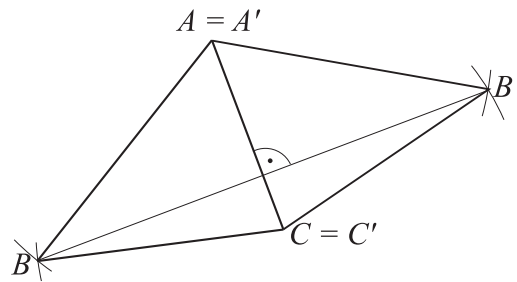
2. a)



b)

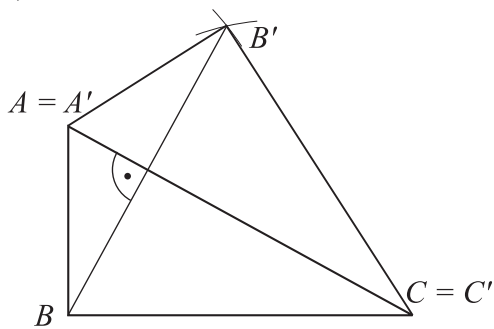


3. a) deltoid



b) I, H, I, H, I, I.

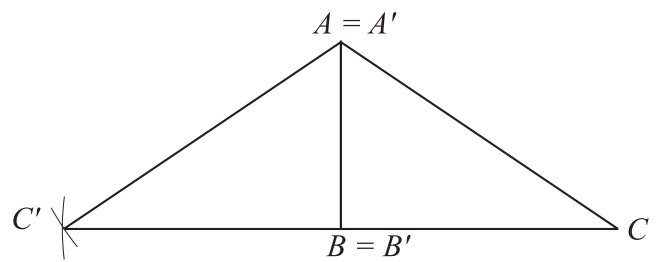
4. a)



A keletkezett síkidom **deltoid**.

Szimmetriatengelye **AC egyenese**.

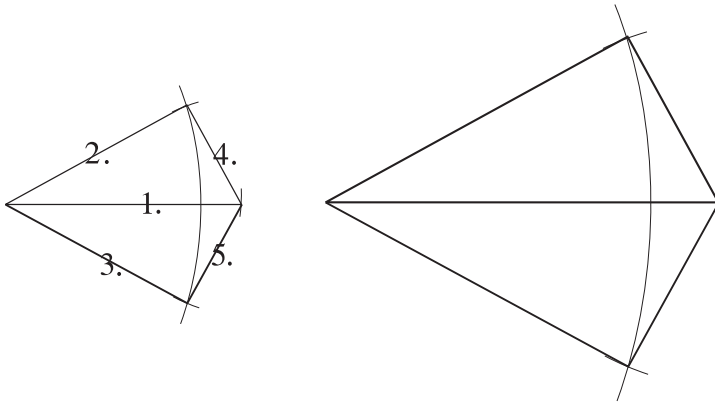
b)



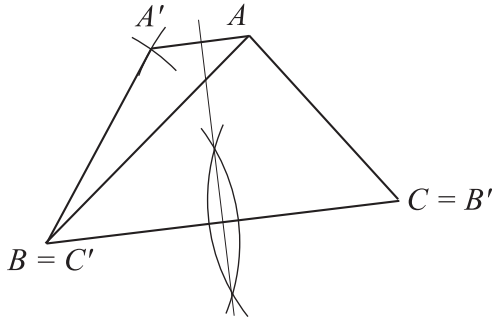
A keletkezett síkidom **egyenlő szárú háromszög**.

Szimmetriatengelye **AB egyenese**.

5. Vázlat:

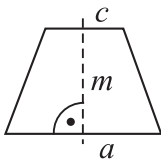


6. a) Ez a négyszög egyenlő szárú trapéz.

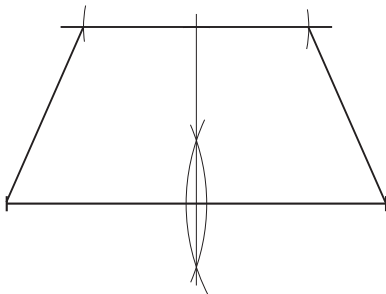


b) I, H, I, H, I, I.

7. Vázlat:



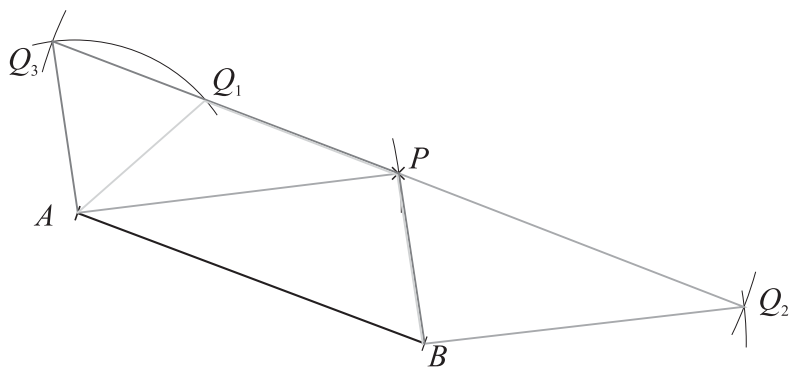
Szerkesztés:



Szerkesztés menete:

1. a alap felvétele.
2. a felezőmerőlegesének megszerkesztése.
3. m ráérése a felezőmerőlegesre.
4. A kapott pontban párhuzamost szerkeszték a -val.
5. A párhuzamos egyenesre ráérem a felezőmerőle-
gestől jobbra és balra a c felét.
6. A kapott pontokat összekötöm a végpontjaival.

8.

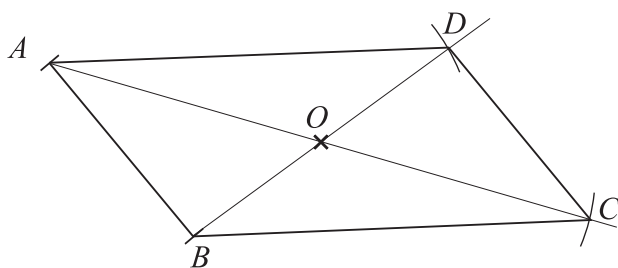


Három megoldás.

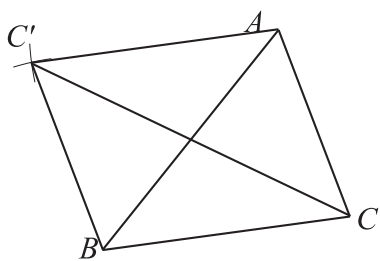
Középpontos tükrözés

9. a) I; b) I; c) H; d) I.

10.



11.



A négyszög **paralelogramma**.

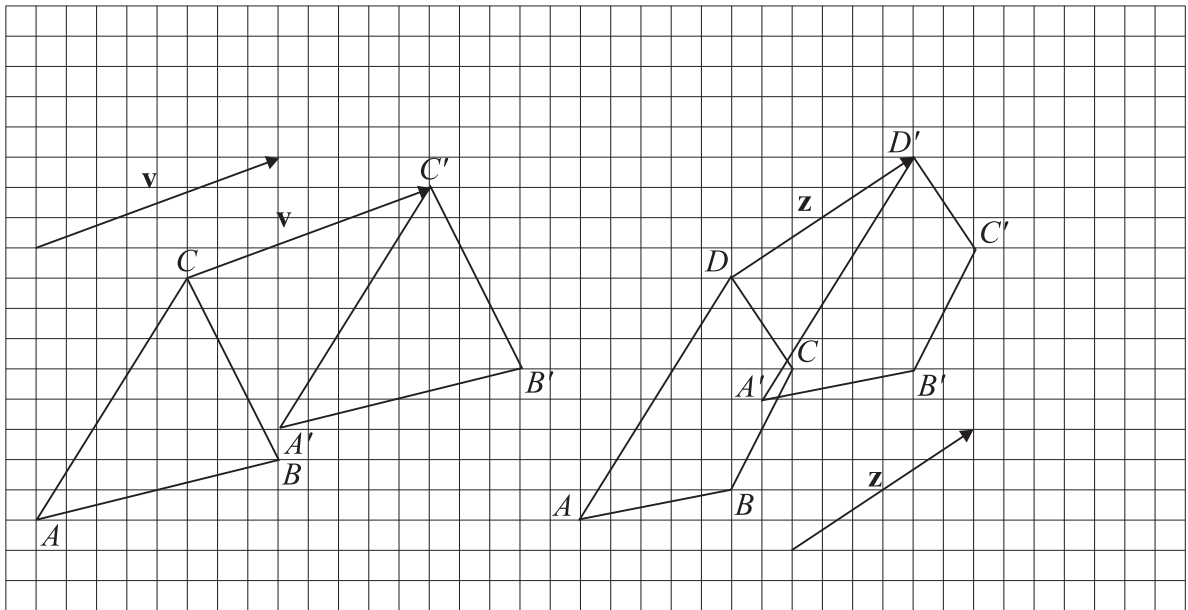
Eltolás

12. Párhuzamosak: **d, e, f**;
Egyenlők: **e**;
a ellentett vektora: **d**.

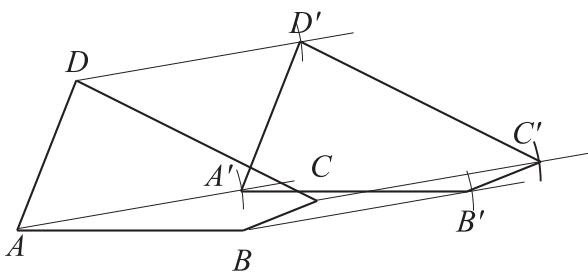
Adott pont eltolása adott vektorral

13. egyenlő, párhuzamos, egyenlő, azonos, egybevágó

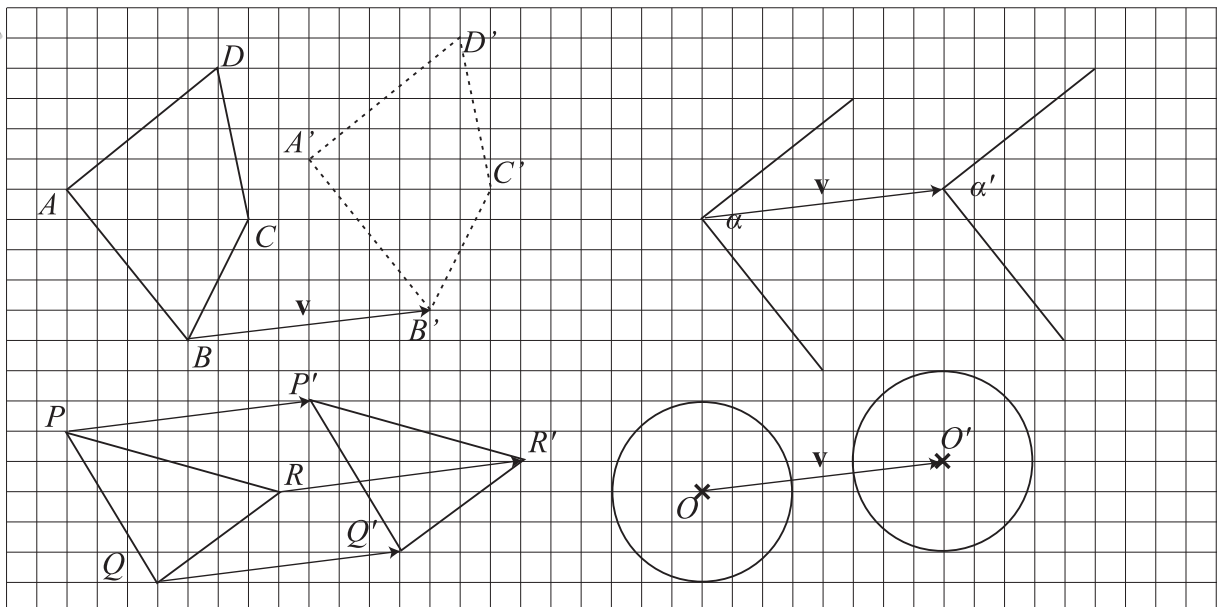
14.



15.

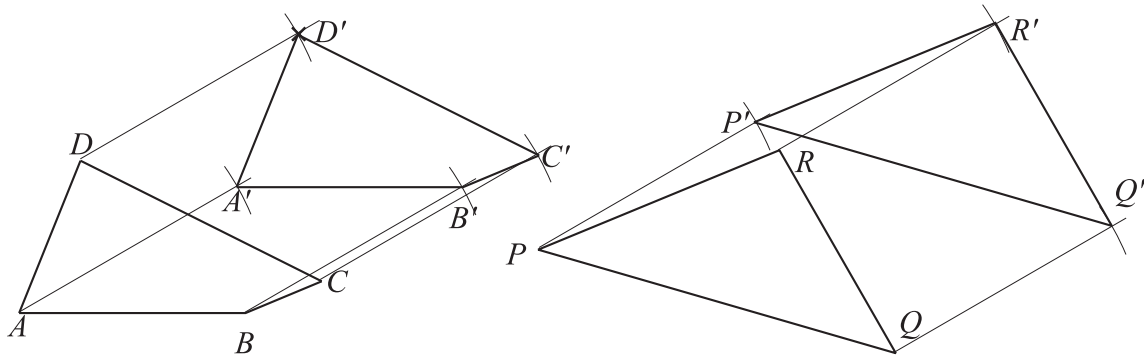


16.

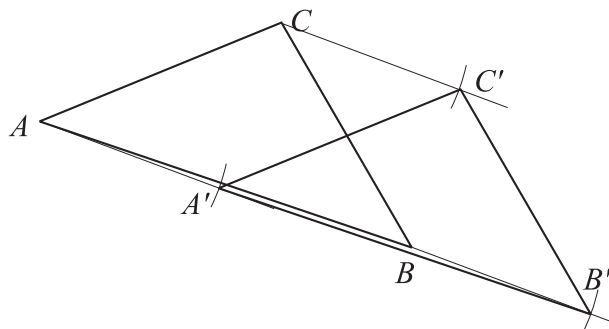


Az eltolás vektora egyenlő az A -ból A' -be mutató irányított szakasszal.

17.



18.



Hasonlósági transzformáció

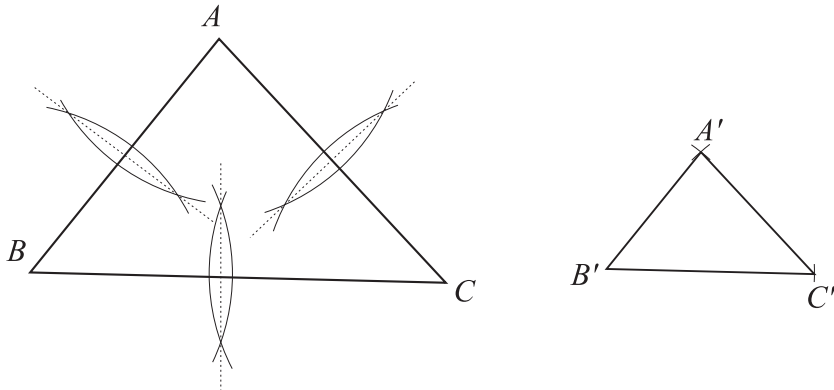
19. a) I; b) H; c) I; d) I.

Háromszögek hasonlósága

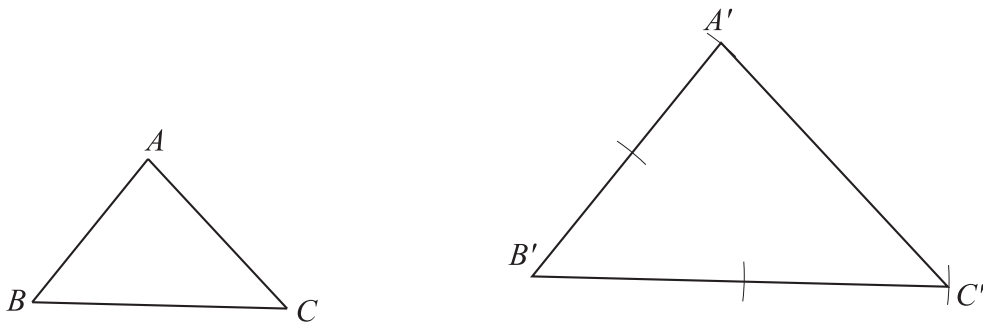
20.

$A'B'C'_{\Delta}$			λ
a'	b'	c'	$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}$
4	4,5	3	$\frac{1}{2}$
14	15,75	10,5	$\frac{7}{4}$
3	4	5	$\frac{1}{2}$
10,5	13,5	10,5	1,5

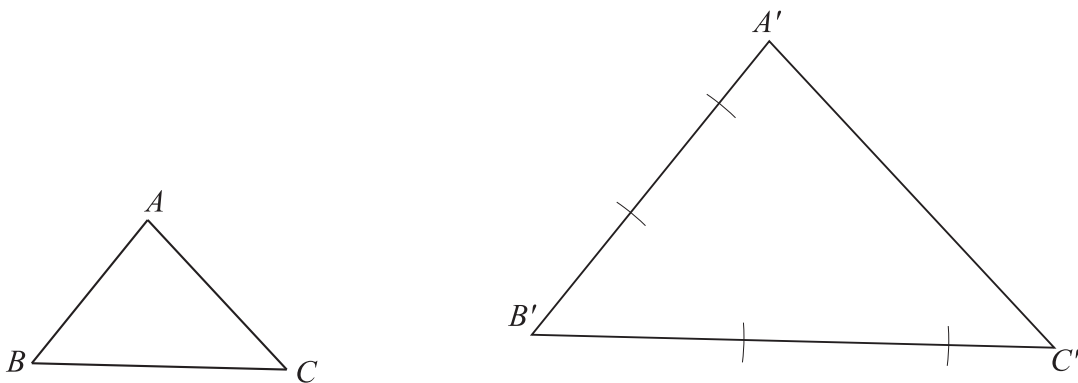
21.



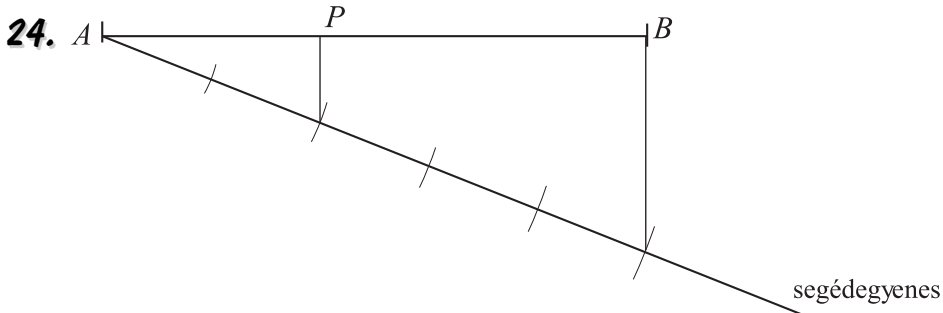
22.



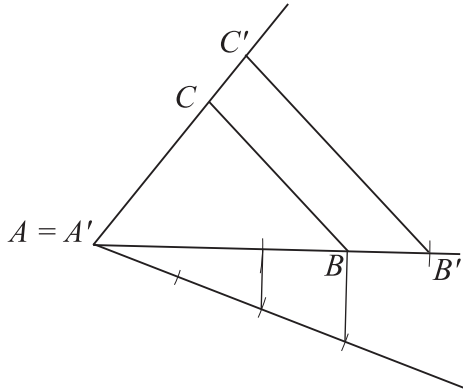
23.



Szakasz adott részekre osztása

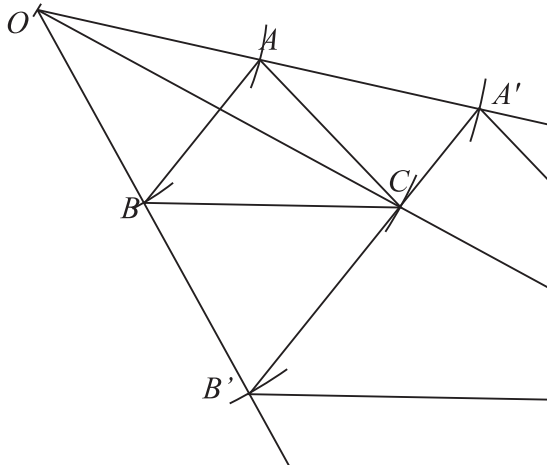


25.

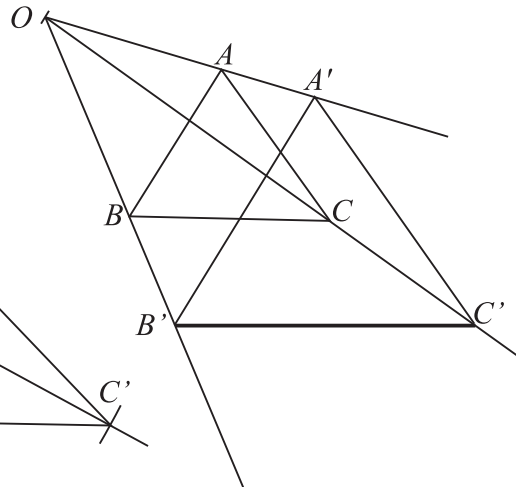


A középpontos hasonlóság transzformációja

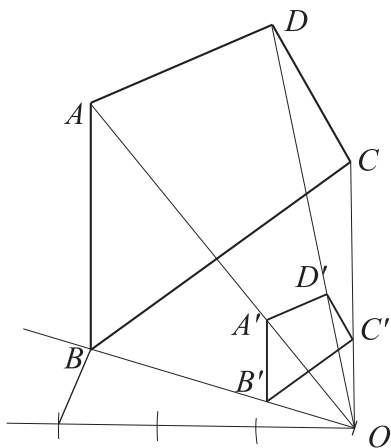
26. a)



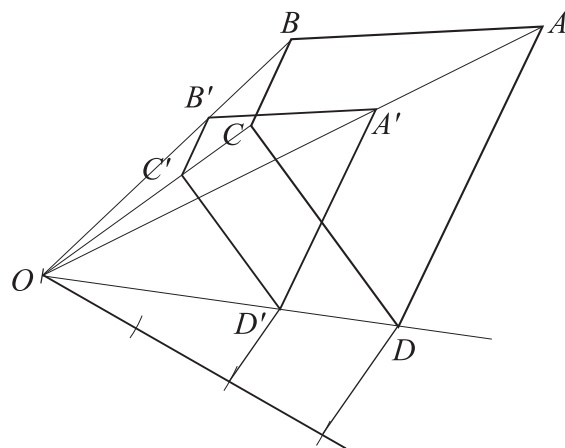
b)



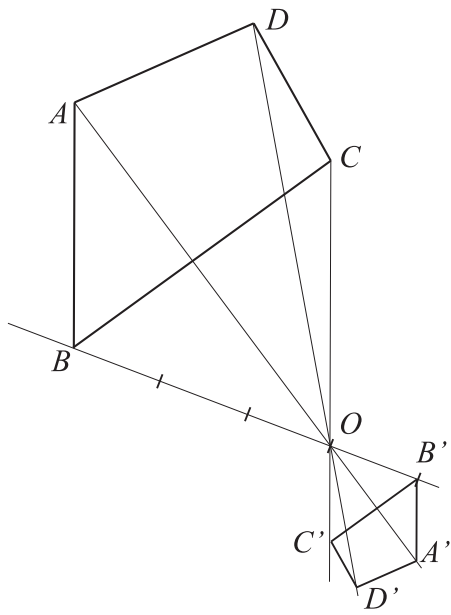
27. a)



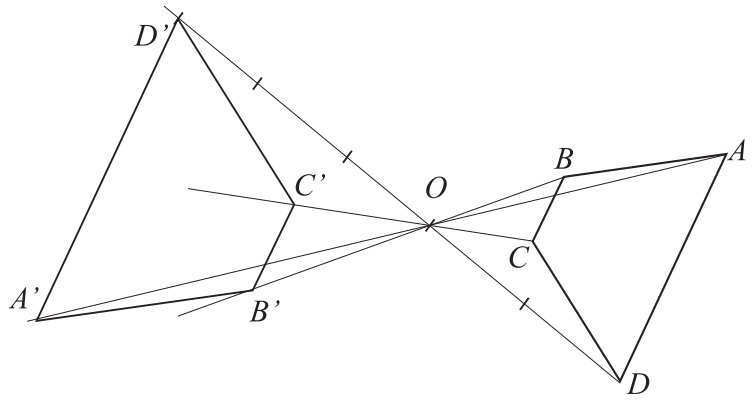
b)



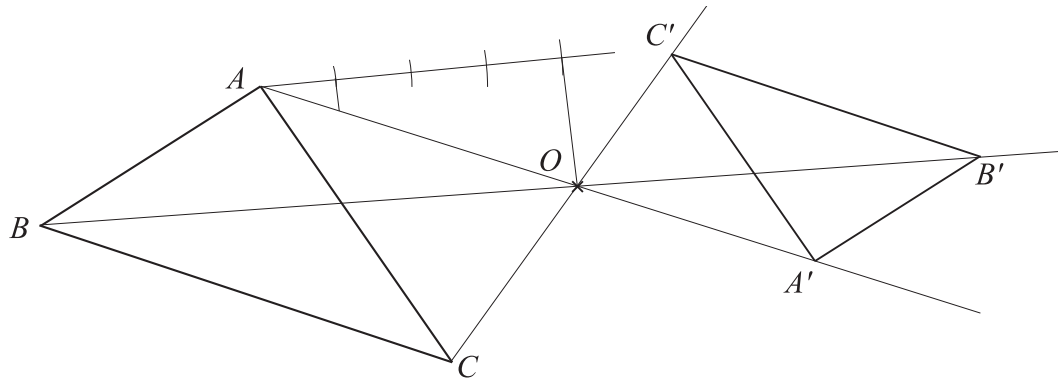
28. a)



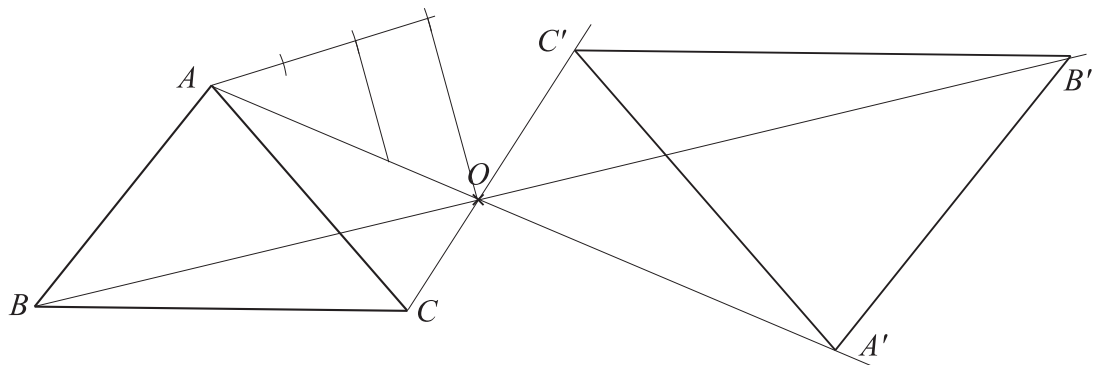
b)



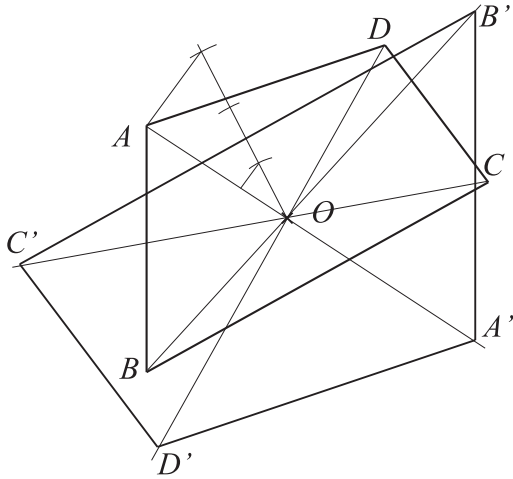
29. a)



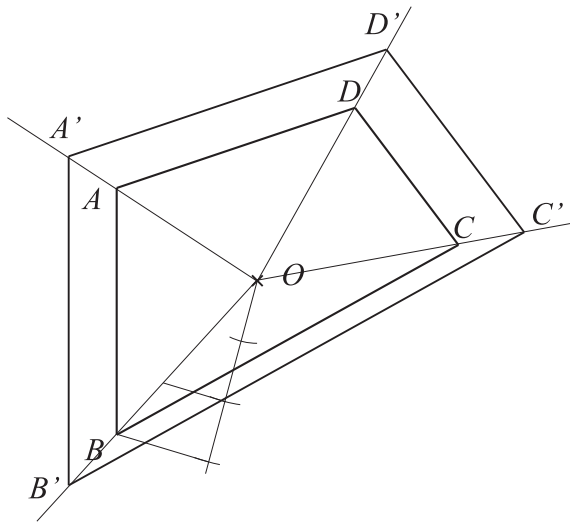
b)



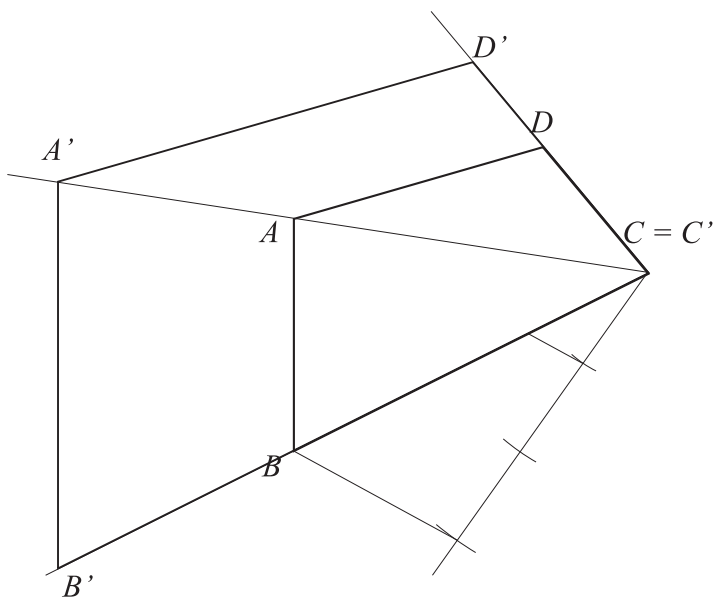
30. a)



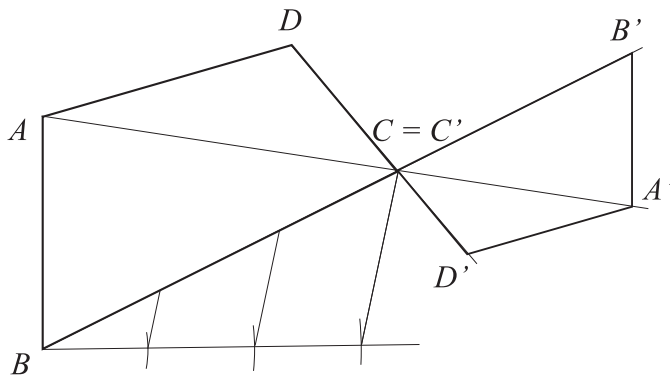
b)



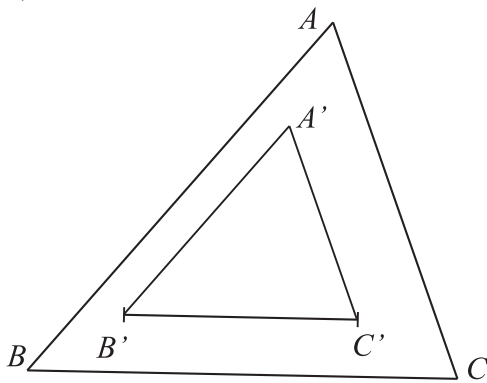
31.



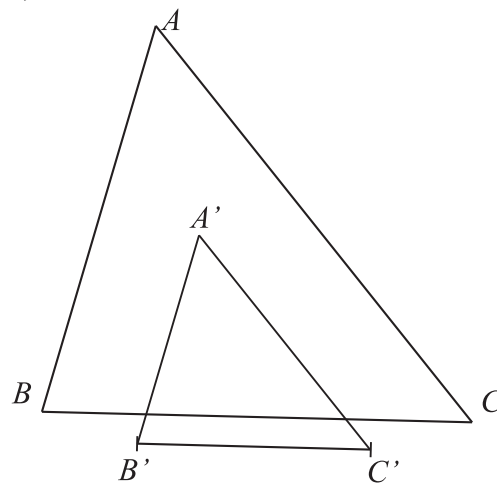
32.



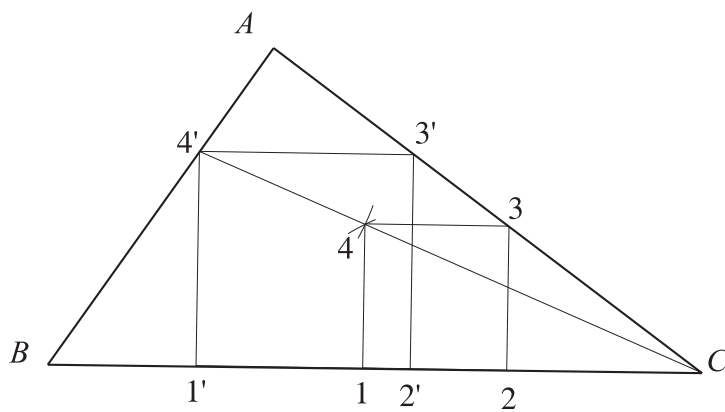
33. a)



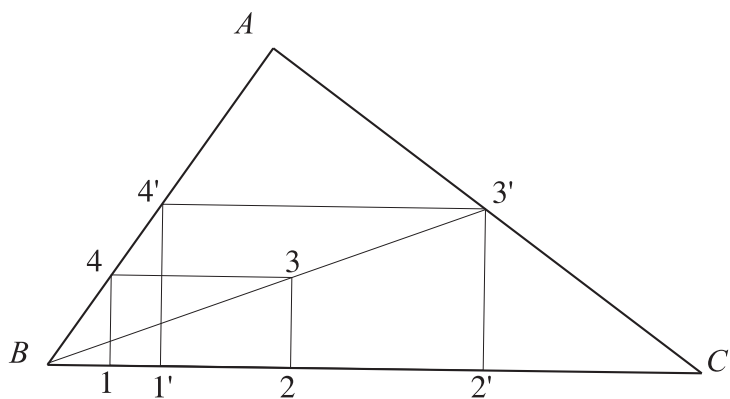
b)



34.



35.



Valószínűség

1. a) $\frac{1}{4}$; b) $\frac{1}{2}$.

2. a) $\frac{1}{4}$; b) $\frac{1}{8}$; c) $\frac{1}{32}$.

3. a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{1}{2}$.

4. a) $\frac{1}{6}$; b) $\frac{5}{36}$; c) $\frac{1}{2}$.

5. a) $\frac{11}{12}$; b) $\frac{5}{6}$; c) $\frac{1}{6}$.

6. A kiválasztott három szakaszból $\frac{2}{5}$ valószínűséggel szerkeszthetünk háromszöget.

7. a) $\frac{2}{27}$; b) $\frac{4}{27}$; c) 0; d) $\frac{4}{27}$; e) $\frac{16}{27}$.

8. a) $\frac{2}{27}$; b) $\frac{4}{27}$; c) $\frac{1}{27}$; d) $\frac{4}{27}$; e) $\frac{12}{27}$.

9. a) $\frac{51}{100}$; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{7}{20}$; d) $\frac{2}{5}$; e) $\frac{1}{5}$.

10. a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{17}{30}$.

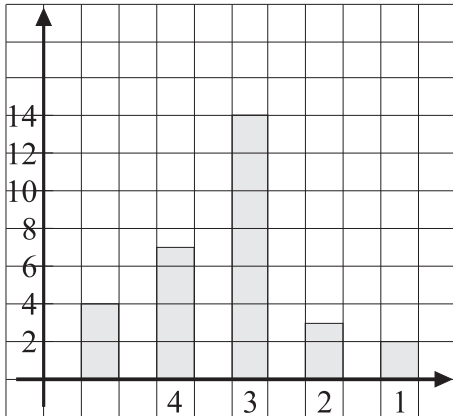
11. a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{5}{12}$; c) $\frac{1}{6}$; d) $\frac{7}{12}$; e) $\frac{1}{3}$; f) $\frac{1}{4}$.

12. Az öt piros golyóhoz **20** fehéret kell tenni, hogy a feltétel teljesüljön.

13. Annak a valószínűsége, hogy a légy a csempe fehér színű részére száll: $\frac{1}{4}$.

Statisztika

14. a)



b) 3,27; c) 3; d) 3.

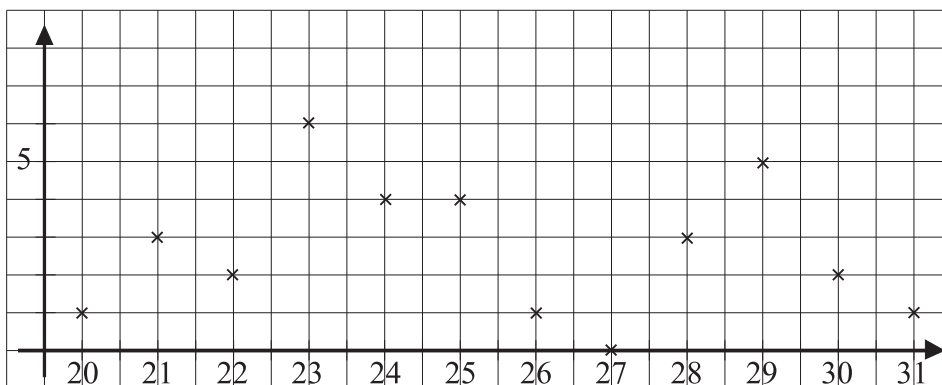
15. a) $x = 8$; b) $x = 3$.

16. a) 1993; b) 1998; c) 126,9; d) 2000 előtt.

17. a) 148,4; b) 157,3; c) 152,85; d) egyenlő; e) 149.

18. a) 17; b) 19,22; c) 17; d) 24; e) igen.

19. a)



b) 25; c) 23; d) 24,5.

20. Ha kezdetben különböző számú kavics van a két kupacban, akkor a kezdő nyer, és a nyerő lépés az, ha a két kupacban lévő kavicsok darabszámát egyenlővé teszi. Ha kezdetben ugyanannyi kavics van a két kupacban, akkor át kell engedni a kezdést. Nyerő stratégia a két kupac egyenlővé tétele.

Év végi tudáspróba

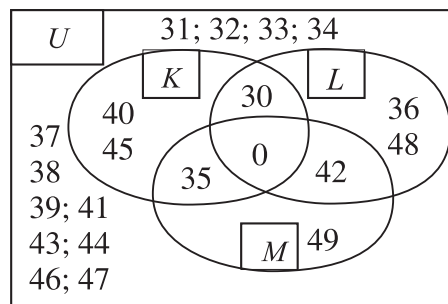
1. feladatsor

1. a) {30; 35; 36; 40; 42; 45; 48};

b) {42};

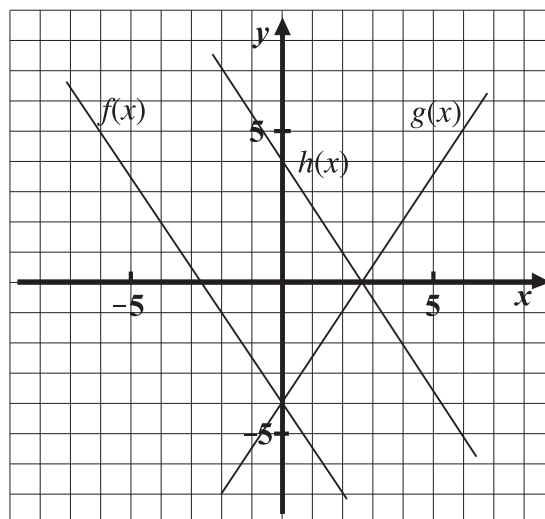
c) {35; 40; 45};

d) {35; 42}.



2. a) $-52,48$; b) $-\frac{1}{2}$.

3. a) $g(x) = \frac{3}{2}x - 4$; b) $h(x) = -\frac{3}{2}x + 4$.



4. $x = -6$.

5. Az alaphoz tartozó magassága **24** cm. A háromszög területe **168** cm².

6. a) 85; b) 52; c) 125.

7. A keverék hőmérséklete **32** °C lesz.
A víz magassága **25** cm.

8. $8\frac{1}{10}$ órakor találkoznak. A motorosnak még **79,2** km-t kell megtenni, hogy Dunaföldvárra érjen.

9. Együtt **3,6** óra alatt lesznek kész.

10. a) számtani; b) $a_{26} = 80$; $d = 2$; $n = 269$; c) 30; d) 1430.

2. feladatsor

1.

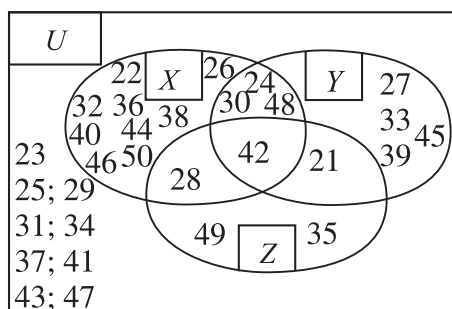
$a - (b - c)$	$a - b + c$	$(a + b) \cdot c$	$\frac{a}{b}$
$3\frac{11}{21}$	$3\frac{11}{21}$	$\frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$	$\frac{18}{7} = 2\frac{4}{7}$
13,4	13,4	74	3,625
3,9	$\frac{39}{10} = 3,9$	$\frac{13}{9} = 1\frac{4}{9}$	$-\frac{5}{18}$

2. a) $X \cup Y = \{21; 22; 24; 26; 27; 28; 30; 32; 33; 36; 38; 39; 40; 42; 44; 45; 46; 50\}$;

b) $Y \setminus Z = \{24; 27; 30; 33; 39; 45; 48\}$;

c) $Y \cap X = \{24; 30; 42; 48\}$;

d) $(X \cup Y) \setminus Z = \{22; 24; 26; 27; 30; 32; 33; 36; 38; 39; 40; 44; 45; 46; 50\}$.

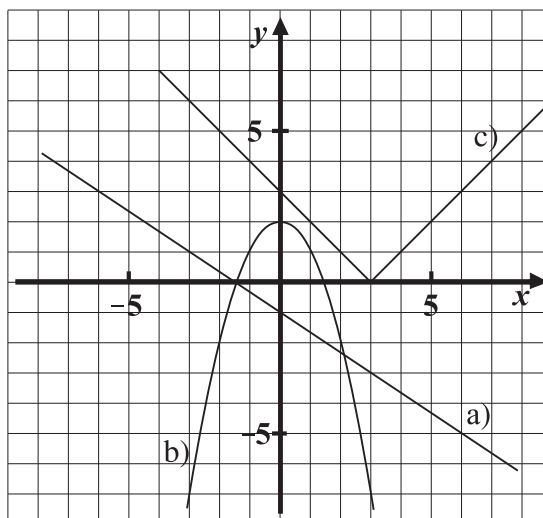


3. $8\frac{7}{8} = x$.

4. a) Menete: csökkenő függvény.
 É. t.: \mathbb{R} . É. k.: \mathbb{R} .

b) Menete: csökkenő $x \in [0; \infty[$;
 növekvő $x \in]-\infty; 0]$.
 É. t.: \mathbb{R} . É. k.: $y \leq 2$.

c) Menete: csökkenő $x \in]-\infty; 3]$;
 növekvő $x \in [3; \infty[$.
 É. t.: \mathbb{R} . É. k.: $y \geq 0$.



5. Az egyenlő szárú háromszög területe **36 cm²**.

6. a) A 10%-os ecetből **4 liter** 2%-os ecet készíthető.

b) A 20%-os ecetből **9 liter** 2%-os ecet készíthető.

A **20%-os** ecet vétele a gazdaságosabb, mert az abból készített 2%-os ecetből 1 liter \approx **21 Ft**-ba kerül.

7. Jenő **9** éves és Benő **33** éves.

8. A két brigád együtt **5** napot dolgozott.

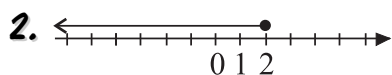
9. Pápától **144,5** km távolságra, \approx 11 óra 40 perckor.

10. a) A szabályos sokszög **14** oldalú.

b) Egy belső szöge \approx **154,3** fokos.

3. feladatsor

1. a) 24 650,2638; b) 34,696.



$2 \geq x.$

3. Nóri most **24** éves.

4. Péter onnan tudta, hogy rossz a végösszeg, hogy a 2545 nem osztható hárommal.

5. Milán a **92**-es számra gondolt.

6. É. t.: \mathbb{R} , É. k.: $y \leq 8$.

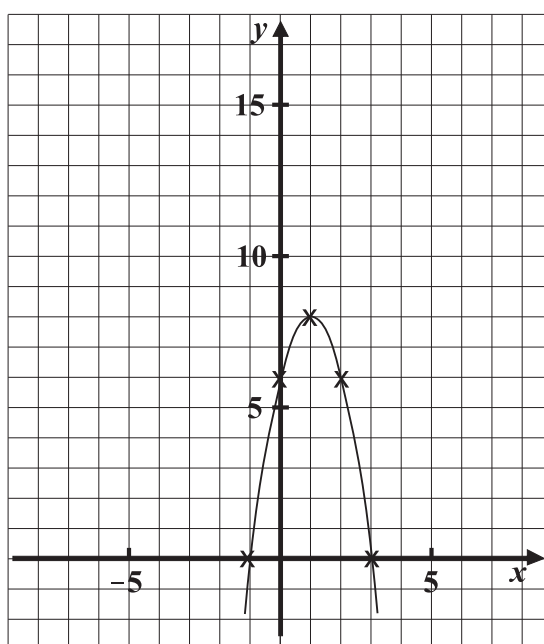
Menete: csökkenő: $x \in [1; \infty[$,

növekvő: $x \in]-\infty; 1]$.

Szükségtétel: maximuma van,

hely: $x = 1$,

érték: $y = 8$.



7. Az számítógép eredeti ára **120 000** Ft.

8. Az első sorban **28** ülőhely van.
A huszonegyedik sorban **108** ülőhely van.
A nézőtéren **1428** ülőhely van.

9. Még **3** munkást kell beállítani, hogy kész legyenek 10 nap alatt a festéssel.

10. A belső tárolótér **18,432** dm³. A bevonásra **87,36** dm² anyag szükséges.