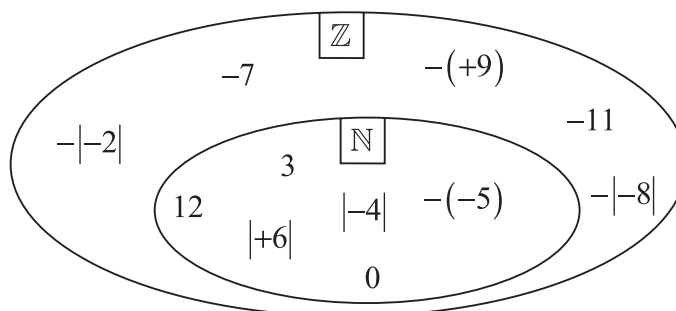


Egész számok



1.



2. a) igaz; b) igaz; c) hamis; d) igaz; e) igaz; f) hamis.

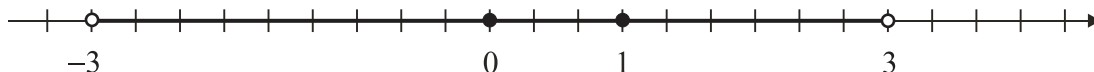
3. A felsorolt számok közül

- a legkisebb szám: -20 ,
- a legkisebb szám abszolút értéke: $+20$,
- a legnagyobb abszolút értékű szám: -20 ,
- a legnagyobb szám ellentettje: -12 ,
- amelyeknek ellentettje legalább 5: -20 , -5 , -12 ,
- amelyeknek abszolút értéke legfeljebb 8: -2 , $+8$, 0 , -5 .

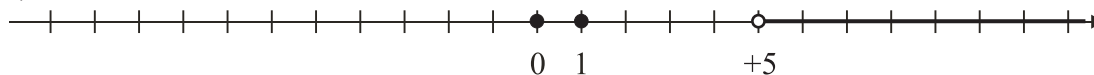
4. a)



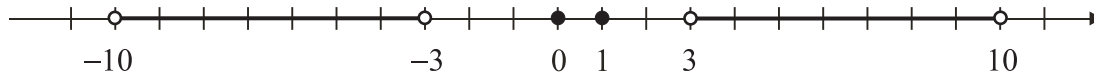
b)



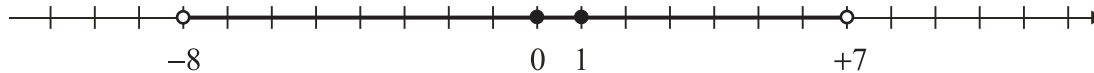
c)



d)

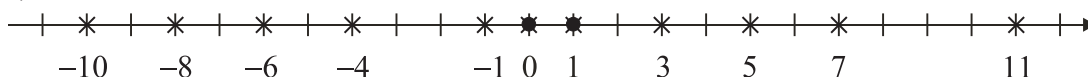


e)



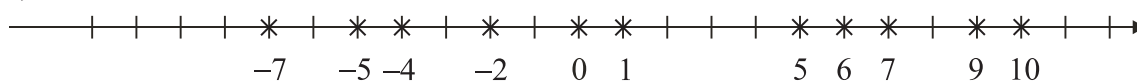
5. a) I; b) H; c) I; d) H; e) I; f) I; g) I.

6. a)



b) $-11 < -7 < -5 < -3 < -1 < 0 < 1 < 4 < 6 < 8 < 10$

7. a)



b) $|0| < |1| < |-2| < |-4| < |5| = |-5| < |6| < |7| = |-7| < |9| < |10|$

Összeadás, kivonás az egész számok körében

8. a) +49; b) +23; c) +23; d) +49.

9. a) -23; b) -49; c) -49; d) -23.

10. a) $(-8) + (+12)$; b) $(-8) + (+8)$; c) $(-8) + (+5)$.

11. a) $(-5) - (-8)$; b) $(-5) - (-5)$; c) $(-5) - (-3)$.

12. a) $- (+3)$; +, $(+43)$;

b) +, (-8) ; -, (-35) ;

c) -, (-43) ; +, $(+21)$;

d) -, $(+8)$; -, (-7) ;

e) -, (-28) ; -, (-51) ;

f) +, (-16) ; +, $(+8)$.

13. a)
$$\left. \begin{array}{l} (+27) + (+16) \\ (+27) - (-16) \end{array} \right\} 27 + 16 = 43;$$

b)
$$\left. \begin{array}{l} (-38) + (+23) \\ (-38) - (-23) \end{array} \right\} -38 + 23 = (-15).$$

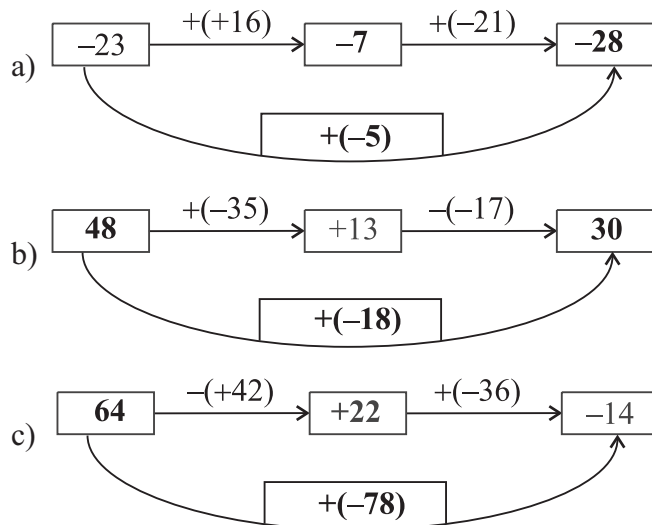
14. a)
$$\left. \begin{array}{l} (+53) + (-25) \\ (+53) - (+25) \end{array} \right\} +53 - 25 = 28;$$

b)
$$\left. \begin{array}{l} (-47) + (-15) \\ (-47) - (+15) \end{array} \right\} -47 - 15 = (-62).$$

15.

$a+b$	$a-b$	$ a +b$	$a- b $	$ a + b $	$ a - b $	$- a- b $
42	8	42	8	42	8	-8
-34	-52	+52	-52	+52	34	-52
+15	115	15	15	+115	15	-15
16	-16	16	-16	16	16	-16

16.



17. a) Hamis; b) igaz; c) igaz; d) hamis; e) hamis.

18. a) 0; b) +23; c) -126; d) -3; e) 0.

19. a) 28; 28; 28; 28; -14; 28; b) 16; 16; -30; 16; 44, 16.

Az eredmény nem változott, ha a zárójelet **a műveletsor elején vagy az összeadásjel után** tettük ki.

Az eredmény megváltozott, ha a zárójelet **kivonásjel** után tettük ki.

20. a) $(20 + 16 - 9) + 10 - 19 - 7 + 10 + 3 = 24,$

$$20 + 16 - 9 + (10 - 19 - 7) + 10 + 3 = 24;$$

b) $20 + 16 - (9 + 10 - 19) - 7 + 10 + 3 = 42,$

$$20 + 16 - 9 + 10 - (19 - 7 + 10 + 3) = 12.$$

EGÉSZ SZÁMOK

21. $8 + (6 - 4 + 12) - 11 + 7 - 5 = 13$ ————— $8 + (6 - 4) + 12 - (11 - 7) - 5 = 13$
 $12 - 9 + (17 - 14 - 5) + 10 - 7 = +4$ ————— $8 + 6 - 4 - 12 + 11 + 7 - 5 = +11$
 $8 + 6 - 4 + 12 - (11 + 7) - 5 = -1$ ————— $12 - 9 + 17 - 14 - 5 + 10 - 7 = +4$
 $12 - (9 + 17) - 14 - 5 + (10 - 7) = -30$ ————— $8 + 6 - 4 + 12 - 11 + (7 - 5) = 13$
 $8 + 6 - (4 + 12 - 11) + 7 - 5 = +11$ ————— $12 - 9 + 17 - 14 - 5 + 10 - 7 = +4$
 $12 - 9 + 17 - 14 - (5 + 10) - 7 = -16$ ————— $12 - 9 - 17 - 14 - 5 + 10 - 7 = -30$

22. $-20; 43; 10; -55; 21; 0.$

Szorzás, osztás az egész számok körében

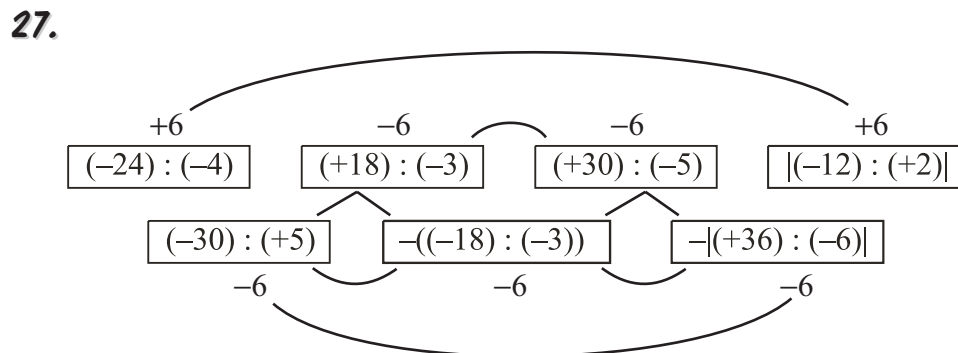
23. Összesen **16** szorzat számítható, közülük **6** lesz pozitív.

24.

$ a \cdot b$	$-a \cdot c$	$a : c$	$c \cdot b$	$ a : c$	$b : c$
+144	+144	-4	-108	-4	-3
+576	-144	+16	-36	-16	-4
-3250	-325	+13	-250	+13	-10
0	0	0	+720	0	+5

25. 120;
 a) -240 ; b) -40 ; c) -720 ; d) -6 ; e) -120 ; f) -240 .

26. -240
 a) $(+12) \cdot (-10) = (-120)$;
 b) $(+24) \cdot (-30) = (-720)$;
 c) $(+12) \cdot (-5) = (-60)$;
 d) $(+48) \cdot (-40) = (-1920)$;
 e) $(+48) \cdot (-5) = (-240)$.



28. (-6) ;
 a) (-3) ; b) (-6) ; c) (-2) ; d) (-48) ; e) (-12) ; f) (-3) ; g) (-6) .

29. (-4) ;

a) $(+24) : (-12) = (-2)$;

b) $(+48) : (-24) = (-2)$;

c) $(+96) : (-12) = (-8)$;

d) $(+48) : (-4) = (-12)$;

e) $(+96) : (-6) = (-16)$;

f) $(+24) : (-6) = (-4)$.

30. Töltsd ki a táblázatokat!

·	-6	-14	+5	+8	+10
-4	+24	+56	-20	-32	-40
+6	-36	-84	30	48	60
-9	+54	+126	-45	-72	-90
+7	-42	-98	+35	+56	+70

osztandó osztó	-12	-36	+24	+72	+120
-4	+3	+9	-6	-18	-30
+2	-6	-18	+12	+36	+60
+4	-3	-9	+6	+18	+30
-12	+1	+3	-2	-6	-10

31. a) $+16$, (-6) ; b) (-8) , $(+9)$; c) (-8) , $(+30)$; d) $(+24)$, $(+16)$; e) (-30) , $(+2)$; f) (0) , $(+1)$.

32. 1. oszlop:

480

480

480

480

19,2

480

480

2. oszlop:

128

128

2

128

128

128

2

Az eredmény nem változott, ha a zárójelet **a műveletsor elejétől vagy szorzásjel után** tettük ki.

Az eredmény megváltozott, ha a zárójelet **osztásjel** után tettük ki.

Műveletek sorrendje

33. a) (-8) ; b) (-21) ; c) (-2) ; d) (-48) ; e) 169; f) $+10$; g) $+89$.

34. a) $[(-45) + (+9)] : 12 = -36 : 12 = (-3)$;

b) $[(+25) \cdot 4 + 20] : 6 = 20$;

c) $(-16) - (-72) : 9 = -16 - (-18) = -8$;

d) $[(-25) - (-60)] : 7 = (-25 + 60) : 7 = 35 : 7 = 5$;

EGÉSZ SZÁMOK

e) $(-8) \cdot (+6) + (-42) : 7 = -48 + (-6) = (-54);$

f) $[121 : (-11) + 25] \cdot 2 = (-11 + 25) \cdot 2 = +14 \cdot 2 = +28;$

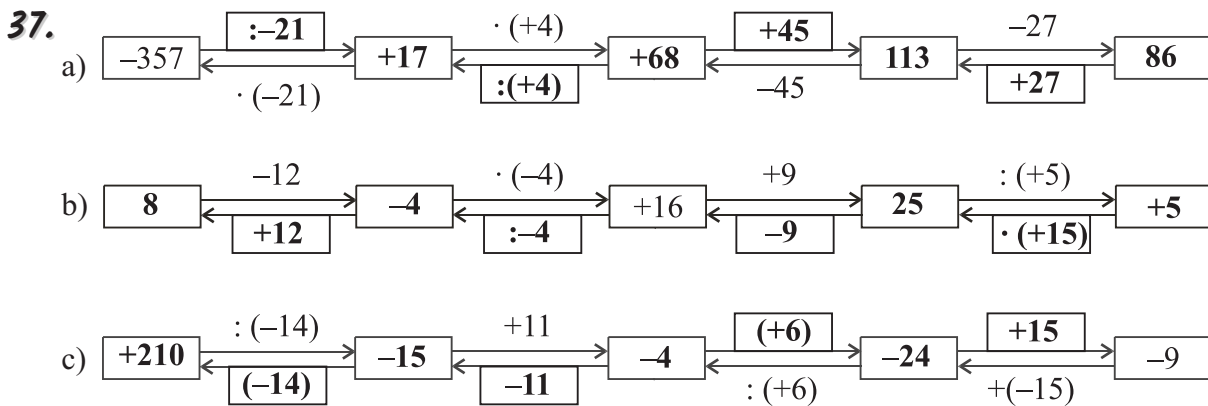
g) $[(+19) + (-19)] \cdot 3 : 4 = 0 \cdot 3 : 4 = 0.$

35.

$(a + b) \cdot c$	$a + b \cdot c$	$a \cdot c + b \cdot c$	$a - b \cdot c$	$-(a - b) : c$	$b + a : c$
-252	-84	-252	+132	+1	+14
-108	-84	-108	-12	-20	+28
+75	-185	+75	+315	-23	-37
+720	+720	+720	-720	+5	-60
-648	-72	-648	-72	+8	-8
-2205	-525	-2205	+357	+3	-25

36. Melyik nagyobb? Mennyivel?

- a) $(-75) < 132 \quad +57;$
- b) $(-12) = (-12);$
- c) $60 = 60;$
- d) $5 \quad 10 > (-5).$



- 38.** a) $18 \cdot [23 + (17 - 25)] : [3 \cdot (1 + 2)] = 30;$
 b) $(81 : 9) + (12 - 9) \cdot 7 + (15 - 7) = 38;$
 c) $(-5 + 7) + (-6) \cdot (12 - 20) - (23 - 3) = 30;$
 d) $-12 \cdot [6 : (-3)] + (4 - 7) - (-126) : 14 = 30.$

39. Az adott szabály alkalmazásával írd be a hiányzó számokat!

Fogalmazd meg a szabályt más alakban! Szabály: $(x + y) \cdot (-5) = z$

x	+24	-40	-43	-54	+19	+106	0
y	-36	+27	67	-42	-34	-83	-39
z	+60	+65	-120	+480	+75	-115	+195

$x = z : (-5) - y$

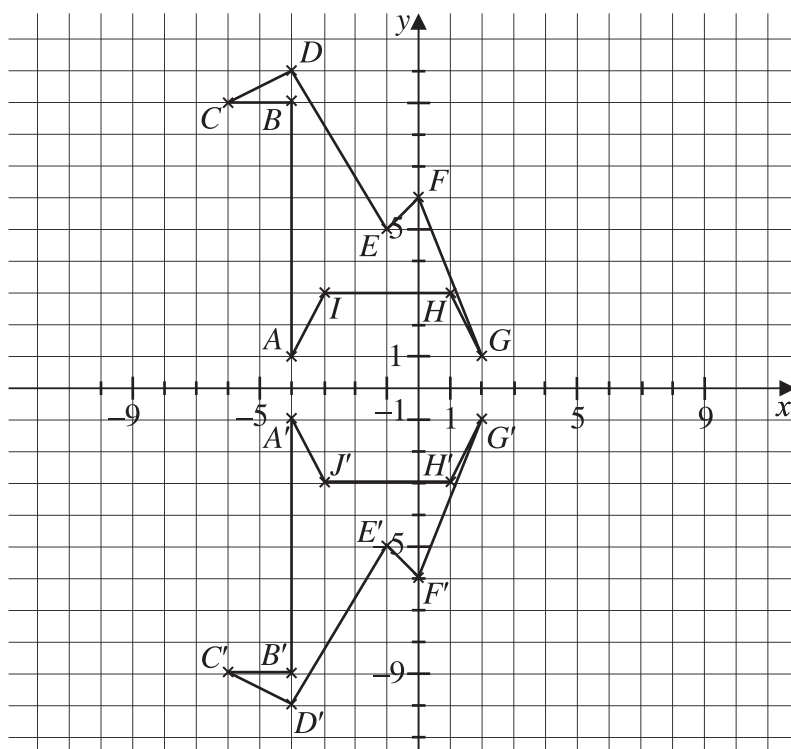
$y = z : (-5) - x$

EGÉSZ SZÁMOK

40. $13 \xrightarrow{-7} 6 \xrightarrow{-7} -1 \xrightarrow{-7} -8 \xrightarrow{-7} -15 \xrightarrow{-7} -22 \xrightarrow{-7} -29$
 $2 \xrightarrow{\cdot(-3)} -6 \xrightarrow{\cdot(-3)} +18 \xrightarrow{\cdot(-3)} -54 \xrightarrow{\cdot(-3)} +162 \xrightarrow{\cdot(-3)} -486 \xrightarrow{\cdot(-3)} +1458$
 $64 \xrightarrow{:(-2)} -32 \xrightarrow{:(-2)} +16 \xrightarrow{:(-2)} -8 \xrightarrow{:(-2)} +4 \xrightarrow{:(-2)} -2 \xrightarrow{:(-2)} +1$

41. $\begin{matrix} 4 & 3 & 0 & -9 & -36 & -117 \\ -3 & 2 & -1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{matrix}$

42. $A'(-4; -1), B'(-5; -9), C'(-7; -9), D'(-5; -10), E'(-1; -5), F'(0; -6), G'(2; -1), H'(1; -3), J'(-3; -3)$



A tükrözéssel kapott pontok első jelzőszáma **nem változott**, a második jelzőszám **-1-szeresére/ellentettjére változott**.

Számelméleti alapismeretek

Osztók

1. 5-ös maradék $0: \{35; 20; 55; 100\}$
 $1: \{21; 86; 31\}$
 $2: \{12; 57; 77\}$
 $3: \{3; 18; 53\}$
 $4: \{29; 34; 99\}$

- a) 5;
b) $0: 110; 215;$

- 1: 36; 51;
2: 17; 42;
3: 23; 28;
4: 14; 19.

c) Az a csoport osztható 5-tel, ahol az 5-ös maradék 0.

2. 10 osztói: 1; 2; 5; 10; 25 osztói: 1; 5; 25;
12 osztói: 1; 2; 3; 4; 6; 12; 30 osztói: 1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30;
16 osztói: 1; 2; 4; 8; 16; 36 osztói: 1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36;
20 osztói: 1; 2; 4; 5; 10; 20; 41 osztói: 1; 41;

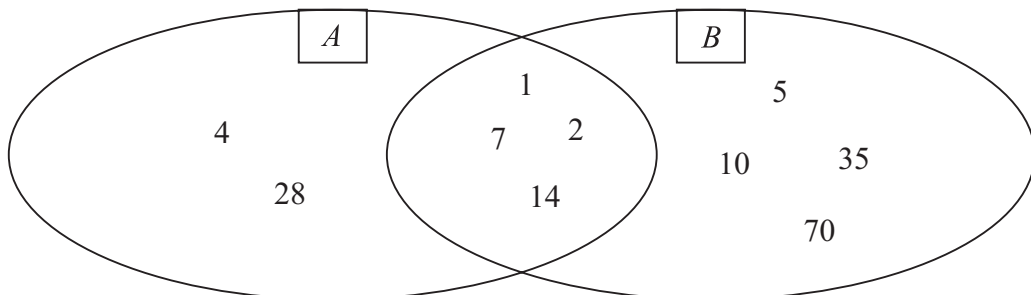
Az 1 és önmaga minden számnak osztója.

a) páros: 10; 12; 20; 30; 41

b) páratlan: 16; 25; 36!

49; 64; 81; 100... (a négyzetszámok) számoknak páratlan számú osztója van.

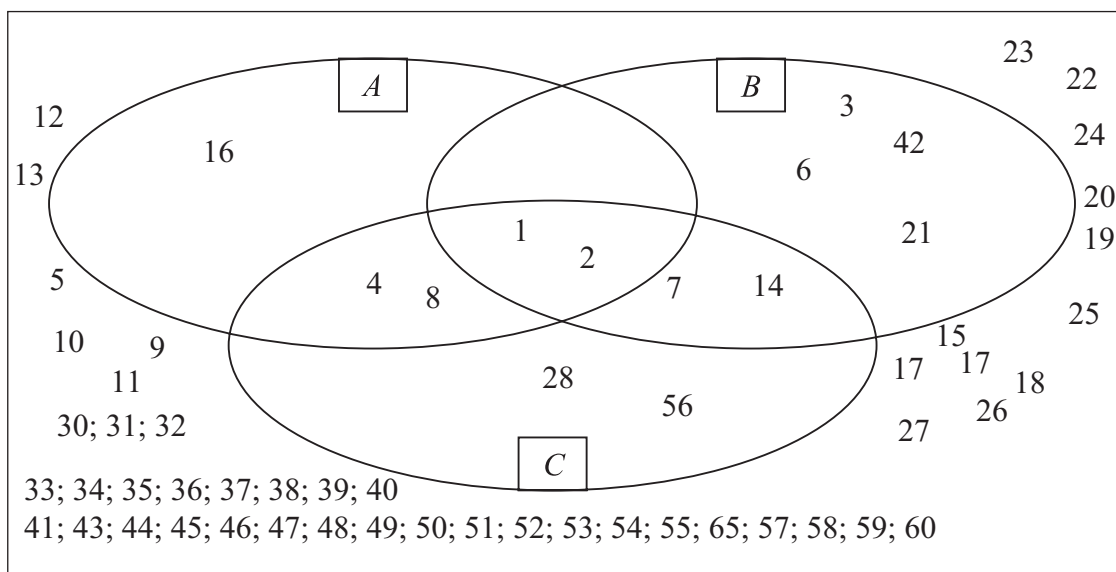
3. $A = \{28 \text{ osztói}\} = \{1; 2; 4; 7; 14; 28\}$ $B = \{70 \text{ osztói}\} = \{1; 2; 5; 7; 10; 14; 35; 70\}$



A legnagyobb szám, amellyel a két halmaz közös részébe kerülő számok mindegyike osztható: 1.

A 28 és 70 közös osztói: 1, 2, 7, 14. $(28; 70) = 14$.

4. $A = \{16 \text{ osztói}\} = \{1; 2; 4; 8; 16\}$ $B = \{42 \text{ osztói}\} = \{1; 2; 3; 6; 7; 14; 21; 42\}$ $C = \{56 \text{ osztói}\} = \{1; 2; 4; 7; 8; 14; 28; 56\}$



16 és 56 közös osztói: 1; 2; 4; 8;

$$(16; 56) = 8;$$

16 és 42 közös osztói: 1; 2;

$$(16; 42) = 2;$$

42 és 56 közös osztói: 1; 2; 7; 14;

$$(42; 56) = 14;$$

16, a 42 és az 56 közös osztói: 1; 2;

$$(16; 42; 56) = 2.$$

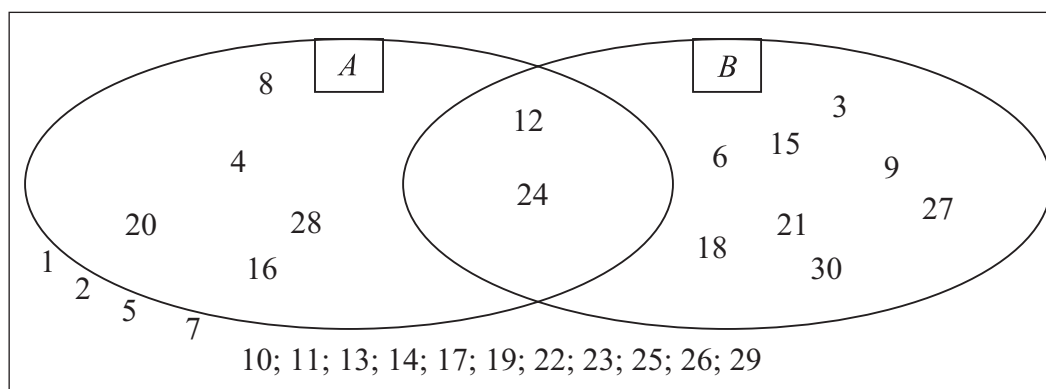
Többszörösök

5. a) 7 többszöröse: 0; 7; 14; 21; 28; 35;
 b) 12 többszöröse: 0; 12; 24; 36; 48; 60;
 c) 15 többszöröse: 0; 15; 30; 45; 60; 75; 90;
 d) 43 többszöröse: 0; 43; 86; 129; 172; 215.

6. Helyezd el a halmazábrában az 1-nél nem kisebb és a 30-nál nem nagyobb természetes számokat!

$$A = \{4 \text{ többszöröse}\} = \{4; 8; 12; 16; 20; 24; 28\}$$

$$B = \{3 \text{ többszöröse}\} = \{3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; 24; 27; 30\}$$



A 4 és a 3 közös többszöröse: 12; 24. $[3; 4] = 12$

Oszthatósági feladatok

7.	2-vel	3-mal	4-gyel	5-tel	8-cal	9-cel	10-zel
48	I	I	I	N	I	N	N
255	N	I	N	I	N	N	N
15 660	I	I	I	I	N	I	I
471 210	I	I	N	I	N	N	I

8. a) I; b) H; c) H; d) H; e) I; f) H; g) I; h) H.

9. : 0, 2, 4, 6, 8, A megoldások száma: 5;
 : 0, 1, 2, 3, ... 8, 9, A megoldások száma: 10;
 : – A megoldások száma: 0.

10. : 2, 6, A megoldások száma: 2;
 : 1, 3, 5, 7, 9, A megoldások száma: 5;
 : – A megoldások száma: 0.

11. : 1, 4, 7, A megoldások száma: 3;
 : 2, 5, 8, A megoldások száma: 3;
 : 0, 3, 6, 9, A megoldások száma: 4.

12. : 1, A megoldások száma: 1;
 : 2, A megoldások száma: 1;
 : 0, 9, A megoldások száma: 2.

13. : 4, A megoldások száma: 1;
 : 2, 5, 8, A megoldások száma: 3;
 : – A megoldások száma: 0.

14. a) h; b) h; c) h; d) i; e) i; f) h; g) h;

15. A 3-mal osztható számok: 741, 147, 714, 174, 417, 471, 75, 57, 54, 45, 72, 27, 51, 15, 42, 24, 21, 12.

A 9-cel osztható számok mennyisége: 4.

A 9-cel osztható számok: 54; 45; 72; 27.

A 6-tal osztható számok mennyisége: 7.

A 6-tal osztható számok: 714; 174; 54; 72; 42; 24; 12.

16. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180.

17. a) (600 + 120), (111 + 807), (450 + 999), (22 + 222 + 2222), (7000 + 11), (630 + 540);

b) (600 + 120), (630 + 540);

c) (600 + 120), (111 + 807), (22 + 222 + 2222), (630 + 540);

d) (111 + 807), (450 + 999), (22 + 222 + 2222), (7000 + 11), (630 + 540).

18. a) 6; b) 10; c) 18; d) 2; e) 19.

19.

osztható	2-vel	3-mal	4-gyel	8-cal	10-zel	25-tel	125-tel
6□□8	biztos	lehet	lehet	lehet	lehetetlen	lehetetlen	lehetetlen
912□	lehet	lehet	lehet	lehet	lehet	lehet	lehet
□□50	biztos	lehet	lehetetlen	lehetetlen	biztos	biztos	lehet
1□1□4	biztos	lehet	lehet	lehet	lehetetlen	lehetetlen	lehetetlen

20.

$24 + \boxed{36}$	$15 + \boxed{9}$	$175 + 9 + \boxed{8}$	$\boxed{12} + 30 + 18$
$4 \cdot \boxed{2} \cdot 3$	$3 \cdot 2 \cdot \boxed{2} \cdot 5$	$7 \cdot \boxed{4} \cdot 9$	
$45 - \boxed{9}$	$\boxed{47} - 23$	$3 \cdot \boxed{8} + 4 \cdot \boxed{3}$	$19 + 2 \cdot \boxed{}$ ↓ nincs ilyen szám

21. a) I; b) H; c) I; d) H; e) H; f) H; g) I.

22. a) 100; b) 33; c) 66; d) 20; e) 40; f) 6.

23.

	7●	●8	9●	●32▲	●5▲4
Osztható legyen 2-vel, de 3-mal nem!	0; 4; 6	2; 3; 5; 6; 8; 9	2; 4; 8	A megoldás a táblázat alatt olvasható.	●és▲ összege nem lehet 3 többszöröse.
Osztható legyen 3-mal, de 2-vel nem!	5	nincs	3; 9		nincs ilyen
Osztható legyen 6-tal!	2; 8	1; 4; 7	6; 0		●és▲ összege 3 többszöröse.

●32▲

Osztható 2-vel de 3-mal nem:

●	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	9
▲	2	4	8	0	4	6	0	2	6	8	2	4	8	0	4	6	2	6	8	2	4	8	0	4	6	0	2	6	8

Osztható 3-mal de 2-vel nem:

●	1	1	2	3	3	4	4	5	6	6	7	7	8	9	9
▲	3	9	5	1	7	3	9	5	1	7	3	9	5	1	7

Osztható 6-tal:

●	1	1	2	2	3	4	4	5	5	6	7	7	8	8	9
▲	0	6	2	8	4	0	6	2	8	4	0	6	2	8	4

24. a) ▼: 0, 3, 6, 9;
 b) ▼: 0, 9;
 c) ▼: 2, 6.

25.

	4●	●6	12●	32▲●	▲●00
Osztható legyen 2-vel, de 4-gyel nem!	2; 6	2; 4; 6; 8	2; 6	A megoldás a táblázat alatt olvasható.	nincs
Osztható legyen 5-tel!	0; 5	nincs	0; 5	▲:0; 1; ... 9 ●:0; 5	▲:1; 2; ... 9 ●:0; 1; ... 9
Osztható legyen 25-tel, de 5-tel nem!	nincs	nincs	nincs	nincs	nincs
Osztható legyen 5-tel, de 10-zel nem!	5	nincs	5	▲:0; 1; ... 9 ●:5	nincs
Osztható legyen 20-szal, de 25-tel nem!	0	nincs	0	▲:2; 4; 6; 8 ●:0	nincs
Osztható legyen 4-gyel és 5-tel is!	0	nincs	0	▲:0; 2; 4; 6; 8 ●:0	▲:1; 2; ... 9 ●:0; 1; 2; ... 9

32▲●

Osztható 2-vel de 4-gyel nem:

▲	1	1	1	2	2	3	3	3	4	4	5	5	5	6	6	7	7	7	8	8	9	9	9
●	0	4	8	2	6	0	4	8	2	6	0	4	8	2	6	0	4	8	2	6	0	4	8

26.

összegek	12 + 13 + 14 = 39	46 + 47 + 48 = 141	151+152+153=456	777+778+779=2334
3-as maradék	0 1 2 0	1 2 0 0	1 2 0 0	0 1 2 0

Igaz állítások: b) és c).

27. a) H; b) I; c) H; d) I.

28. a) I; b) H; c) I; d) H; e) I; f) H.

29. a) 3, 4; b) 2, 9; c) 3, 8; d) 6, 7; e) 5, 6; f) 8, 9.

30. a) Három; b) négy.

Prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás

31. 1 osztói: 1
 2 osztói: 1; 2
 3 osztói: 1; 3
 4 osztói: 1; 2; 4

11 osztói: 1; 11
 12 osztói: 1; 2; 3; 4; 6; 12
 13 osztói: 1; 13
 14 osztói: 1; 2; 7; 14

SZÁMELMÉLETI ALAPISMERETEK

5 osztói: 1; 5

6 osztói: 1; 2; 3; 6

7 osztói: 1; 7

8 osztói: 1; 2; 4; 8

9 osztói: 1; 3; 9

10 osztói: 1; 2; 5; 10

15 osztói: 1; 3; 5; 15

16 osztói: 1; 2; 4; 8; 16

17 osztói: 1; 17

18 osztói: 1; 2; 3; 6; 9; 18

19 osztói: 1; 19

20 osztói: 1; 2; 4; 5; 10; 20

$A = 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19$

$B = 4; 6; 8; 9; 10; 12; 14; 15; 16; 18; 20$

32. 40 és 50 közötti prímek: 41; 43; 47

70 és 90 közötti prímek: 71; 73; 79; 83; 89;

130 és 180 közötti prímek: 131; 137; 139; 149; 151; 157; 163; 167; 173; 179

200 és 220 közötti prímek: 211

220 és 230 közötti prímek: 223; 227; 229

33. Prímszámok: 13; 31; 43; 617.

Összetett számok: 28; 33; 51; 87; 75; 120; 1001; 2036.

34. $35 = 5 \cdot 7$,

$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$,

$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$,

$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$.

35. $10 = 2 \cdot 5$,

$1000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$,

Prímszámok: 2 és 5.

Ugyanannyi van belőlük.

Megegyeznek.

$1000000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

$100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$,

$10000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$.

36.

216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

$216 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

810	2
405	5
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

$810 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

4620	2
2310	5
462	2
231	3
77	7
11	11
1	

$4620 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$

37. a) A, B, C, E ;

c) A, B, D, E, F ;

e) A, C, E ;

g) A, B, C, D, F ;

i) A, B, E ;

b) D ;

d) C ;

f) B, E ;

h) A, B, C ;

j) A, E .

38. Legalább 1 db 2-es.

Legalább 2 db 2-es.

Legalább 3 db 2-es.

Legalább 1 db 3-as.

Legalább 2 db 2-es és 1 db 3-as.

Legalább 1db 5-ös és 1 db 7-es.

39.2; bármilyen szám; 3;

3; 3; 5.

40.a) Igaz; b) igaz; c) hamis; d) hamis; e) hamis; f) hamis; g) hamis; h) igaz; i) hamis; j) igaz; k) hamis.

126	2	a 126 prímtényezői: 2; 3; 7
63	3	
21	3	
7	7	
1		

2 prímtényező szorzata: $2 \cdot 3 = 6$; $2 \cdot 7 = 14$; $3 \cdot 3 = 9$; $3 \cdot 7 = 21$.

3 prímtényező szorzata: $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$;
 $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$;
 $3 \cdot 3 \cdot 7 = 63$.

126 osztói: {1; 2; 3; 6; 7; 9; 14; 18; 21; 42; 63; 126}

72	2	a 72 prímtényezői: 2; 3
36	2	
18	2	
9	3	
3	3	

2 prímtényező szorzata: $2 \cdot 2 = 4$; $2 \cdot 3 = 6$; $3 \cdot 3 = 9$.

3 prímtényező szorzata: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$;
 $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$;
 $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$.

4 prímtényező szorzata: $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$;
 $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$.

72 osztói: {1; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 12; 18; 24; 36}

220	2	a 220 prímtényezői: 2; 5; 11
110	2	
55	5	
11	11	
1		

2 prímtényező szorzata: $2 \cdot 2 = 4$; $2 \cdot 5 = 10$; $2 \cdot 11 = 22$; $5 \cdot 11 = 55$.

3 prímtényező szorzata: $2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$;
 $2 \cdot 2 \cdot 11 = 44$;
 $2 \cdot 5 \cdot 11 = 110$.

220 osztói: {1; 2; 4; 5; 10; 11; 20; 22; 44; 55; 110; 220}

$$\begin{array}{r|l} 284 & 2 \\ 142 & 2 \\ 71 & 71 \\ 1 & \end{array}$$

a 284 prímtényezői: 2; 71

2 prímtényező szorzata: $2 \cdot 2 = 4$; $2 \cdot 71 = 142$.

284 osztói: {1; 2; 4; 71; 142; 284}

Közös osztó, legnagyobb közös osztó

41. a)
$$\begin{array}{r|l} 105 & 5 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 135 & 5 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r|l} 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 198 & 2 \\ 99 & 3 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

105 és 135 közös osztói: 3; 5; 15

108 és 198 közös osztói: 2; 6; 9; 18

$(105; 135) = 15$

$(108; 198) = 18$

42. a) $(92; 115) = 23$;

b) $(475; 570) = 95$;

c) $(385; 490) = 35$;

d) $(112; 124; 420) = 4$;

e) $(224; 168) = 56$;

f) $(250; 320; 810; 490) = 10$.

Törtek egyszerűsítése a legnagyobb közös osztóval

43. a) $\frac{4}{9}$; **b)** $\frac{19}{111}$; **c)** $\frac{3}{5}$; **d)** $\frac{11}{13}$; **e)** $\frac{2}{5}$; **f)** $\frac{7}{9}$.

44. a) pl.: 12, 14, 49, 80; **b)** pl.: 9, 15, 33, 99.

45. $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$,

$15 = 3 \cdot 5$,

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$,

$39 = 3 \cdot 13$,

$52 = 2 \cdot 2 \cdot 13$,

$91 = 7 \cdot 13$,

$99 = 3 \cdot 3 \cdot 11$,

$275 = 5 \cdot 5 \cdot 11$,

$385 = 5 \cdot 7 \cdot 11$.

a) $\frac{12}{91}$; $\frac{12}{275}$; $\frac{12}{385}$; $\frac{15}{91}$; $\frac{15}{52}$; $\frac{15}{99}$; $\frac{30}{91}$; $\frac{39}{275}$; $\frac{39}{385}$; $\frac{52}{275}$; $\frac{52}{385}$; $\frac{91}{275}$.

b) $\frac{12}{15}; \frac{12}{30}; \frac{12}{39}; \frac{12}{52}; \frac{12}{99}; \frac{15}{30}; \frac{15}{39}; \frac{15}{99}; \frac{15}{275}; \frac{15}{385}; \frac{30}{39}; \frac{30}{52}; \frac{30}{99}; \frac{30}{275}; \frac{30}{385}; \frac{39}{52}; \frac{39}{99}; \frac{39}{91}; \frac{52}{91}; \frac{99}{275}; \frac{99}{385}$.

Közös többszörös, legkisebb közös többszörös

46.	$\begin{array}{r l} 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 96 & 2 \\ 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$
	$\begin{array}{r l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$		

$[108; 12] = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 108;$

$[96; 72] = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 288;$

$[108; 96] = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 864;$

$[96; 12] = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 96;$

$[108; 72] = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 216;$

$[12; 72] = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 72.$

- 47.** a) 108, 216, 324, 432, 540;
 b) 288, 576, 864, 1152, 1440;
 c) 96, 192, 288, 576, 384, 480;
 d) 864, 1728, 2592, 3456, 4320;
 e) 216, 432, 648, 864, 1080.

48. a) $\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$ b) $\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$

c) $\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 5 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 36 & 3 \\ 12 & 3 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 45 & 5 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$ d) $\begin{array}{r|l} 420 & 2 \\ 140 & 2 \\ 70 & 5 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 5 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$

49. a) $\frac{181}{504}$; b) $\frac{107}{90}$; c) $\frac{19}{28}$; d) $\frac{215}{204}$; e) $\frac{16361}{5985}$; f) $\frac{5341}{4680}$.

50. Állítsd növekvő sorba a következő törteteket!

a) $\frac{9}{20} < \frac{5}{9} < \frac{3}{5} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{7}{8}$; b) $\frac{1}{7} < \frac{11}{21} < \frac{7}{12} < \frac{9}{14} < \frac{5}{6} < \frac{23}{24}$; c) $\frac{11}{30} < \frac{19}{40} < \frac{3}{6} < \frac{43}{72} < \frac{37}{60} < \frac{5}{8}$

51. a) $(16; 20) = 4; [16; 20] = 80; \frac{16}{20} = \frac{4}{5}; \frac{7}{16} + \frac{9}{20} = \frac{35+36}{80} + \frac{71}{80}$.

16	2	20	2
8	2	10	2
4	2	5	5
2	2	1	
1			

b) $(160; 180) = 20; [106; 180] = 1440; \frac{180}{160} = \frac{9}{8}; \frac{1}{160} + \frac{1}{180} = \frac{17}{1440}$.

160	2	180	2
80	5	90	5
16	2	18	2
8	2	9	3
4	2	3	3
2	2	1	
1			

c) $(540; 900) = 180; [540; 900] = 2700; \frac{540}{900} = \frac{3}{5}; \frac{7}{540} + \frac{11}{900} = \frac{17}{675}$.

540	2	900	2
270	5	450	2
54	2	225	5
27	3	45	5
9	3	9	3
3	3	3	3
1		1	

d) $(720; 1800) = 360; [720; 1800] = 3600; \frac{720}{1800} = \frac{2}{5};$

$$\frac{11}{720} + \frac{7}{1800} = \frac{23}{1200}.$$

720	2	1800	2
360	5	900	2
72	2	450	5
36	2	90	5
18	2	18	2
9	3	9	3
3	3	3	3
1		1	

52. A tornabemutatón **240** gyerek vett részt!

53. A három lány **60** nap múlva úsztak újra együtt!

54. a) A törpök **193** dobozt tettek el télire.

b) Összesen **1140** almájuk volt, ebből egy dobozba **19** került.

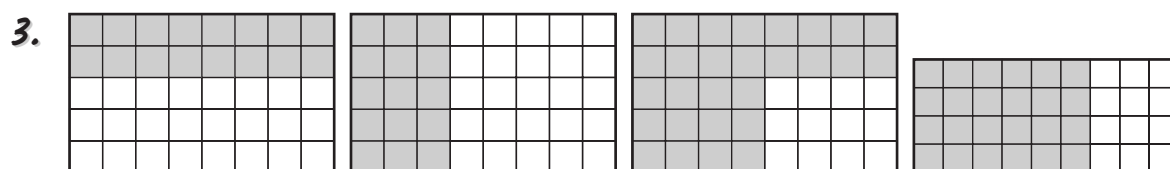
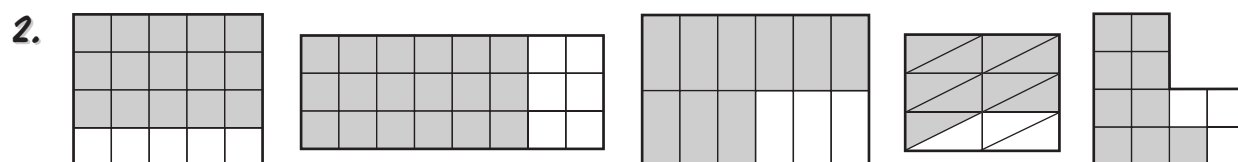
c) A dobozba **mogyoróból** tettek többet.

55. a) 16; b) 1.

Műveletek a racionális számok körében

Mit tanultunk a törtekről?

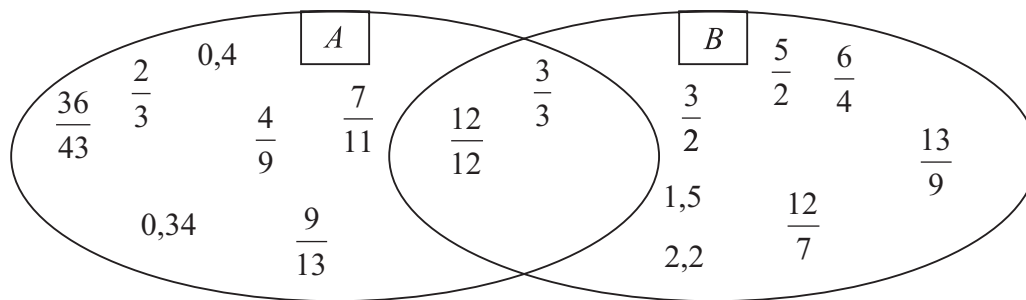
1. $\frac{3}{8}; \frac{1}{4}; \frac{1}{2}; \frac{14}{24}; \frac{14}{24}$.



4. a) $\frac{3}{4}, \frac{3}{4}$; b) $\frac{5}{8}, \frac{5}{8}$; c) $\frac{8}{10}, \frac{8}{10}$.

5. a) Zsófi 1 zacskó cukor **ötöd** részének a **négyszeresét** kapta.
 b) Béla 4 kg banán **heted** részét kapta.
 c) Viki 1 tábla csokoládé **harmad** részének, a **kétszeresét** kapta.

6.



7. $\frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$; $\frac{15}{6} = 2\frac{3}{6}$; $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$; $\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$; $\frac{21}{8} = 2\frac{5}{8}$;
 $\frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$; $\frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}$; $\frac{24}{4} = 6$; $\frac{17}{6} = 2\frac{5}{6}$; $\frac{35}{12} = 2\frac{11}{12}$.

MŰVELETEK A RACIONÁLIS SZÁMOK KÖRÉBEN

8. $1\frac{3}{5} = \frac{8}{5}$; $1\frac{7}{9} = \frac{16}{9}$; $2\frac{4}{7} = \frac{18}{7}$; $3\frac{2}{9} = \frac{29}{9}$; $5\frac{9}{10} = \frac{59}{10}$; $4\frac{5}{12} = \frac{53}{12}$
 $2\frac{3}{8} = \frac{19}{8}$; $11\frac{2}{5} = \frac{57}{5}$; $12\frac{4}{6} = \frac{76}{6}$; $13\frac{2}{3} = \frac{41}{3}$; $10\frac{5}{7} = \frac{75}{7}$; $15\frac{1}{4} = \frac{61}{4}$.

9. a) $\frac{7}{10} = 0,7$, $\frac{16}{10} = 1,6$, $\frac{124}{100} = 1,24$, $\frac{32}{1000} = 0,032$, $\frac{4}{1000} = 0,004$;
 b) $\frac{3}{2} = 1,5$, $\frac{4}{5} = 0,8$, $\frac{9}{20} = 0,45$, $\frac{3}{8} = 0,375$, $\frac{11}{25} = 0,44$;
 c) $\frac{27}{36} = 0,75$, $\frac{12}{30} = 0,4$, $\frac{32}{6} = 5,3$, $\frac{2}{3} = 0,6$, $\frac{4}{7} = 0,571428$.

10. $2,6 = \frac{26}{10} = \frac{13}{5}$; $0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$; $32,12 = \frac{3212}{100} = \frac{803}{25}$; $0,255 = \frac{255}{1000} = \frac{51}{200}$.

11. $\frac{5}{7} < \frac{7}{9}$; $\frac{6}{13} < \frac{9}{5}$; $\frac{12}{7} > \frac{23}{32}$; $\frac{7}{8} > \frac{2}{3}$;
 $\frac{6}{7} > \frac{6}{12}$; $\frac{6}{7} < \frac{9}{7}$; $\frac{6}{7} = \frac{12}{14}$; $\frac{6}{7} < \frac{8}{6}$.

12. A tört bővíthető tizedre, századra vagy ezredre:

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10}, \frac{7}{8} = \frac{875}{1000}, \frac{7}{20} = \frac{35}{100}, \frac{9}{125} = \frac{72}{1000}, \frac{13}{25} = \frac{52}{100}, \frac{11}{50} = \frac{22}{100}, \frac{1}{2} = \frac{5}{10}$$

A tört NEM bővíthető se tizedre, se századra, se ezredre: $\frac{2}{3}, \frac{4}{7}, \frac{5}{9}, \frac{8}{13}, \frac{7}{11}$

13. $\frac{1}{2} = 0,5$; $\frac{3}{5} = 0,6$; $\frac{2}{3} = 0,6$; $\frac{7}{8} = 0,875$;
 $\frac{7}{20} = 0,35$; $\frac{5}{9} = 0,5$; $\frac{9}{125} = 0,072$; $\frac{13}{25} = 0,52$;
 $\frac{11}{50} = 0,22$; $\frac{7}{11} = 0,63$; $\frac{4}{7} = 0,571$; $\frac{8}{13} = 0,615$

Ha a tört bővíthető tizedre, századra vagy ezredre, akkor a tizedes tört alakja véges. Ha tört nem bővíthető úgy, hogy a nevezője 10, 100 vagy 1000 legyen, a tizedes tört alakja nem véges.

14. $2 = 2$, $5 = 5$, $3 = 3$, $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$,
 $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$, $9 = 3 \cdot 3$, $125 = 5 \cdot 5 \cdot 5$, $25 = 5 \cdot 5$,
 $50 = 2 \cdot 5 \cdot 5$, $11 = 11$, $7 = 7$, $13 = 13$

Ha a törtalakú szám nevezőjének prímtényezői **között 2 és 5 szerepel**, akkor a törtnek véges tizedes tört alakja van.

A végtelen szakaszos tizedes tört alakú törtek nevezőjének prímtényezői **között 3 és 11** szerepelnek.

15. a) $\frac{3}{8} = \frac{9}{24} = \frac{15}{40} = \frac{12}{32} = \frac{6}{16} = \frac{18}{48} = \frac{21}{56}$;

b) $\frac{4}{7} = \frac{16}{28} = \frac{48}{84} = \frac{24}{42} = \frac{8}{14} = \frac{20}{35} = \frac{12}{21} = \frac{28}{49}$;

c) $\frac{42}{49} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7} = \frac{18}{21} = \frac{48}{56} = \frac{54}{63} = \frac{24}{28}$;

d) $\frac{144}{180} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = \frac{16}{20} = \frac{48}{60} = \frac{52}{65} = \frac{8}{10}$.

17. a) $-2,5 < -2,15 < 1,125 < 1,25 < 1,5 < 12,5$;

b) $-\frac{12}{5} < -1,2 < -\frac{1}{3} < \frac{2}{5} < 0,5 < \frac{5}{9} < 0,8 < \frac{25}{4}$.

$-\frac{5}{18}, 1\frac{5}{12}$; e) $3\frac{17}{20}, 5\frac{17}{24}$;

14. a) $\frac{5}{8}, 1\frac{3}{5}$, b) $1\frac{8}{21}, 1\frac{5}{24}$, c) $\frac{7}{12}, -\frac{1}{24}$,

f) $\frac{19}{20}, 2\frac{3}{5}$; g) $1\frac{1}{3}, 1,6\frac{1}{2}, 8\frac{1}{3}$; h) $\frac{2}{9}, \frac{8}{45}, \frac{2}{5}, \frac{5}{9}$.

18. a) 6,08, 6,95, 10,5265; b) 3,52, 7,14, 0,1244; c) 4,76, 0,307, 23,24.

19. a) 2,14, 3,96; b) 0,622, 0,095; c) 0,44, 4,242; d) 4,26, 18,07.

20. a) 230; 248; 254; b) 123,4; 301; 12.

21. 14,720; 2708; 1,750; 8,04

22. a) 0,32; 0,26; 0,005; b) 0,0012; 0,0035; 0,003.

23. a) 1,62; 1,55; 0,54; b) 0,128; 0,00375; 1,286.

24. a) $3\frac{1}{60}$; b) $\frac{5}{6}$; c) $1\frac{1}{3}$; d) 289,95; e) 0,74; f) 4,27; g) $1\frac{23}{30}$; h) 1766; i) $\frac{2}{3}$.

Tört szorzása törttel

25. $\frac{3}{35}; \frac{8}{63}; \frac{1}{16}$.

26. a) $\frac{11}{21}; \frac{9}{17}; \frac{1}{12}$; b) $1; \frac{9}{10}; \frac{8}{13}$; c) $1\frac{1}{2}; 3\frac{5}{7}; 9$; d) $\frac{2}{9}; \frac{1}{5}; 5\frac{1}{11}$; e) $\frac{1}{7}; \frac{1}{11}$; f) $\frac{1}{100} = \frac{1}{10}$.

A reciprok

27. $a = \frac{7}{6}$, $b = \left(-4\frac{1}{2}\right)$, $c = \frac{8}{12}$, $d = 1\frac{2}{3}$, $e = -\frac{4}{9}$, $f = \frac{1}{3}$.

28.

a)	12	$-\frac{7}{10}$	8	$\frac{9}{4}$	-3,3	9	$2\frac{3}{5}$	$\frac{4}{17}$
b)	$\frac{1}{12}$	$-\frac{10}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{4}{9}$	$-\frac{10}{33}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{13}$	4,75

Szabály: a) $= \frac{1}{b}$; b) $= \frac{1}{a}$.

Osztás törtszámmal

29. Törttel úgy osztunk, hogy az osztandót **szorozzuk** az osztó **reciprok értékével**.

30. a) $\frac{2}{5}$; b) $1\frac{1}{13}$; c) $3\frac{1}{3}$; d) $1\frac{2}{3}$; e) $4\frac{2}{3}$; f) $\frac{49}{25}$; g) $\frac{27}{50}$; h) $\frac{112}{27}$; i) $\frac{4}{9}$; j) $\frac{63}{32}$;
k) $1\frac{1}{2}$; l) $8\frac{4}{5}$; m) $\frac{1}{5}$; n) 6; o) $4\frac{22}{35}$.

31. a) $\frac{9}{22}$; b) 2; c) $\frac{19}{96}$; d) $\frac{6}{35}$.

32. a) $2\frac{8}{15}; 1\frac{3}{5}; -\frac{2}{15}; \frac{9}{10}$. b) $-1\frac{4}{15}; +\frac{2}{5}; \frac{-1}{15}; +1\frac{1}{9}$. c) $-1\frac{4}{35}; -3\frac{3}{35}; -3\frac{24}{35}; -1\frac{13}{15}$.

d) $\frac{14}{15}; -3\frac{4}{15}; 3\frac{11}{15}; -1\frac{2}{3}$. e) $-4\frac{7}{12}; -3\frac{1}{2}; -5\frac{11}{12}; -7\frac{7}{8}$.

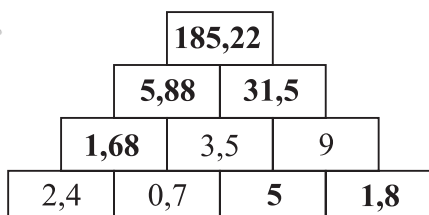
Szorzás tizedestörttel

33. 4,992; 10; 0,00816; 19,17; 3,4020; 0,00095; 1,1600; 0,07888; 425,730.

34. A pénzrolni magassága 55 milliméter.

35. $K = 44,6$ dm; $T = 121,6$ dm².

36.



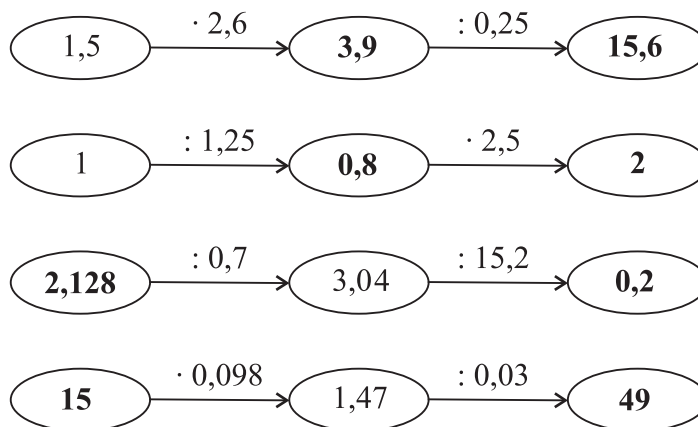
Osztás tizedestörttel

37. a) 6,5; b) 32,6; c) 1,15; d) 2,1; e) 75,6; 0,45.

38. $a = 0,45$; $b = 3,2$; $c = 0,54$.

39. $b = 3,25$ dm; $K = 20,1$ dm.

40.



41. $1,2 : 6 < 1,2 : 0,6$ $5,6 : 0,8 = 2,8 : 0,4$ $7,2 : 7,2 = 1,9 : 1,9$
 $2,5 : 0,5 > 25 : 50$ $6,4 : 0,32 > 6,4 : 3,2$ $84 : 2,8 < 8,4 : 0,028$

42. $2, \frac{4}{3}, \frac{8}{9}, \frac{16}{27}, \frac{32}{81}, \frac{64}{243}$

Szabály: A második tagtól kezdve minden tag az előző $\frac{2}{3}$ -szorososa.

$1\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{20}$

Szabály: A második tagtól kezdve minden tag az előző fele.

$$2\frac{1}{4}, 1\frac{1}{2}, 1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}$$

Szabály: A második tagtól kezdve minden tag az előző $\frac{2}{3}$ -szorososa.

0,7; -2,1; 6,3; -18,9; +56,7; -170,1 Szabály: A második tagtól kezdve minden tag az előző (-3)-szorososa.

43. $\frac{1}{2}, 3, \frac{21}{2} = 10\frac{1}{2}, \frac{66}{2} = 33, \frac{201}{2} = 100\frac{1}{2}, \frac{606}{2} = 303$

2,4; 0,9; 0,15; -0,225; -0,4125; -0,50625

44. $1; \frac{4}{10} = 0,4; \frac{8}{10} = 0,8; 4; 10; 5; 1; \frac{2}{5} = 0,4; \frac{4}{5} = 0,8$

Szorzás és osztás 0,1-del, 0,01-dal, 0,001-del

45. a) 0,1234; 0,089; 0,5689

b) 2,304; 0,004 78; 0,56

c) 0,0356; 0,0003; 0,0865

d) 203,4; 890; 34 600

e) 71,76; 1248; 23

f) 350 000; 9; 527,8

46. a) 45,05, 18,55, 421,35, 2,4;

b) +2,38, +2,94, -0,7448, -9,5;

c) +0,79, -7,91, -15,486, -0,81839;

d) -0,1935, -0,0215, +0,009245, +1,25;

e) -0,0432, +0,8568, -0,18306, -0,904;

f) -23,52, -12,32, +100,352, +3,2.

47. a) 7,506; b) 12,42; c) 31,3; d) 17,06; e) 48,1; f) 49,818; g) 9,18; h) 260,72.

48. a) +1,24, -4,36, -4,368, $-\frac{39}{70}$; b) $\frac{17}{30}$, $4\frac{7}{30}$, $-4\frac{2}{5}$, $-1\frac{17}{55}$;

c) $-2\frac{29}{35}$, $-\frac{1}{35}$, +2, $1\frac{1}{49}$; d) $-\frac{16}{45}$, $-2\frac{34}{45}$, $-1\frac{13}{15}$, $-1\frac{8}{27}$.

49. a) 1,175; b) $3\frac{11}{18}$; c) 1,11; d) $-\frac{3}{5}$; e) 3.

50. a) 3,4; b) -1; c) $2\frac{23}{56}$; d) $1\frac{3}{20}$; e) 6,9; f) $1\frac{1}{9}$; g) $6\frac{13}{20}$; h) -135,36; i) $-\frac{1}{81}$;

j) $1\frac{4}{9}$; k) $\frac{600}{11}$; l) $\frac{29}{45}$; m) $1\frac{2}{5}$.

Tötrész- és százalékszámítás

A tötrész kiszámítása

1. a) 28; $18\frac{2}{7}$; b) $\frac{4}{9}$; c) $\frac{1}{6}$; d) $1\frac{1}{5}$; e) 5,76; f) 3,0144; g) 0,768; h) $\frac{2}{3}$.
2. a) $< 15,2$ m; b) 0,825 dkg $>$; c) =; d) 14 perc $>$; e) < 54 l; f) =.
3. Annának a harmadik napra 375 Ft-ja maradt. Ez a pénzének $\frac{3}{20}$ része. Az első nap 100 Ft-ot, a második nap 1125 Ft-ot, a harmadik nap 375 Ft-ot költött.
4. Béla bácsinak a fák $\frac{3}{8}$ részét kellett leszednie. Az unokák összesen 15 fáról szedték le a meggyet. Dénes, a legnagyobb unoka 6 fáról szedte le a meggyet.
5. Kati és Emese közül **Kati** kapta a hosszabb szalagot. Nórinak a szalag $\frac{13}{40}$ része jutott.
6. Zsófi 9 órát töltött csoportmunkával. Az elméleti ismeretek elsajátítására 15 óra jutott.
7. A szoba másik oldala 3,6 m. A padlószőnyeg területe 17,28 m². Összesen 15 méter hosszú szegőlécet kell vásárolni.
8. a) 1,2: lehet; b) 0,975: nem lehet; c) $1\frac{1}{5}$: lehet; d) 1,2: lehet.
9. $\frac{2}{5}$ -nek a $\frac{4}{7}$ része $\frac{2}{5} : 8 \cdot 13$
 $1\frac{5}{8}$ -nak a 0,4 szerese $16 \cdot \frac{1}{4}$
16-nak a 0,25 része $\frac{2}{5} : 7 \cdot 4$
 $\frac{2}{5}$ -nek az $1\frac{3}{4}$ része $1,625 : 10 \cdot 4$
 $\frac{2}{5}$ -nek a $\frac{13}{8}$ része $\frac{2}{5} \cdot 7 : 4$
10. a) $\frac{2}{9} \cdot 4 = \frac{8}{9}$, $8 \cdot \frac{3}{4} = 6$; b) $\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{15}$, $5,7 \cdot \frac{1}{3} = 1,9$;
c) $2,5 \cdot 3 = 7,5$, $25,8 \cdot \frac{1}{10} = 2,58$; d) $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{9} = \frac{2}{15}$, $1,5 \cdot \frac{4}{5} = 1,2$.

TÖRTRÉSZ- ÉS SZÁZALÉKSZÁMÍTÁS

Az egész rész kiszámítása

11. a) $\frac{1}{5}$; b) 42; c) $3\frac{3}{4}$; d) $3\frac{1}{4}$; e) $\frac{25}{48}$; f) 50,8; g) 8,685; h) $1\frac{13}{16}$.

12. Melyik gyereknek van több pénze, és mennyivel?

a) **Gyulának** van több pénze, **15 Ft**-tal.

b) **Julinak** van több pénze, **260 Ft**-tal.

c) **Győzőnek** van több pénze **8 Ft**-tal.

13. A tálban eredetileg **36** gombóc volt. Tibor **15** gombócot evett meg.

14. A kert $\frac{51}{56}$ részébe került fűmag. A legtöbb terület a **margarétának** jutott.

A kert **140 m²** területű.

15. Szabóék havonta **52 500 Ft**-ot költöttek élelmiszerre. A hónap végéig ebből még **7 500 Ft**-juk maradt.

16. A tervezett út **30 km** volt. Délután ebből megtettünk **12 km**-t. Az út $\frac{2}{5}$ része maradt meg délutánra.

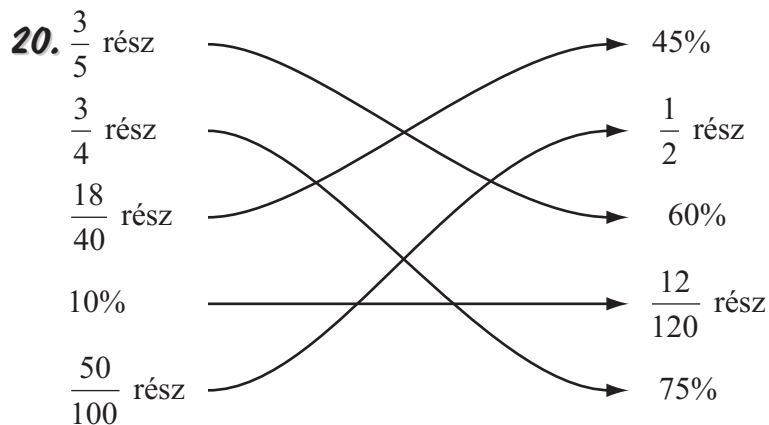
17. Janka **24** napot nyaralt a nagyszüleinél. A nyaralás alatt **3** nap esett az eső.

Százalékszámítás

18. 35%	80%	2%
6%	150%	350%
50%	10%	20%
15%	60%	75%
250%	28%	150%
70%	75%	250%
60%	250%	70%
66,6%	55,5%	57,142857%

19. $\frac{1}{100}$ rész = 0,01 rész,	$\frac{1}{10}$ rész,	$\frac{1}{4}$ rész,
$\frac{1}{2}$ rész = 0,5 rész,	$\frac{1}{5}$ rész,	$\frac{3}{4}$ rész,
$\frac{16}{100}$ rész = $\frac{8}{50}$ rész = $\frac{4}{25}$ rész,	$\frac{6}{100}$ rész = $\frac{3}{50}$ rész,	2,5 rész,
$\frac{9}{100}$ rész,	$\frac{3}{10}$ rész,	3 rész.

TÖRTRÉS- ÉS SZÁZALÉKSZÁMÍTÁS



21. 270, 150,
 40,5, 96,
 0,78, 1,89,
 45,64, 2,350.

22. 34% 60%
 74,5% 9%
 150% 104%
 260% 300%

23.

	700	530	6450	28	6	3,5	0,3
1%	7	5,3	64,5	0,28	0,06	0,035	0,003
6%	42	31,8	387	1,68	0,36	0,210	0,018
10%	70	53	645	2,8	0,6	0,35	0,03
20%	140	106	1290	5,6	1,2	0,7	0,06
25%	175	132,5	1612,5	7	1,5	0,875	0,075
75%	525	397	4837,5	21	4,5	2,625	0,225
150%	1050	795	9675	42	9	5,25	0,45

24. 200 Ft-nak a $\frac{4}{5}$ része < 8 Ft 420 Ft-nak a 40%-a
 16 m-nek a 180%-a $< 223,2$ m 3600 dm-nek a 70%-a
 4,5 órának a 25%-a = 81 percnak az $\frac{5}{6}$ része
 250 m²-nek a 3%-a $< 0,3$ m² 420 dm²-nek a $1\frac{6}{7}$ része

25. I, H, H, I.

26. Az árleszállítás során **5440** Ft-ot fizettünk a pulóverért.

27. A lakosok száma **44 194** fő.

28. Az iskolába most **344** tanuló jár.

29. a) Ede a telefonért 35 000 Ft-ot fizetett.

b) 20 300 Ft-ot spórolt meg.

c) Nem: Ugyanannyi lett volna a végén.

d) Nem: 2. alkalommal a csökkentett ár 25%-át engedték el.

30. A két lány közül **Julinak** maradt több pénze a vásárlás után.

31. A két óra a kétszeri árváltozás után **nem ugyanannyiba** kerül.

A férfi óra a kétszeri árváltoztatás után **14 280** forintba kerül.

A női óra vásárlásánál **4032** forintot spóroltunk meg.

32. A társasjáték az áremelés után **9164** Ft-ba kerül.

33. A táska új ára **18 880** Ft. 2880 Ft-tal lett drágább.

34. Az árucikk a kétszeri áremelés után **1173** forintba kerül.

Ha a kétszeri emelés helyett egyszeri 35%-os emelést hajtanak végre, a vevő **jobban** jár.

35. b)

Az (egészrész) százalékalap kiszámítása

36. a) 1500; b) 6500; c) 65; d) 850; e) 460; f) 180.

37. a) A két szalag azonos hosszúságú.

b) A **sárga** szalag a hosszabb, **10** centiméterrel.

c) A **fekete** szalag a hosszabb, **20** centiméterrel.

38. Samunak még **1140** négyzetmétert kell megművelnie.

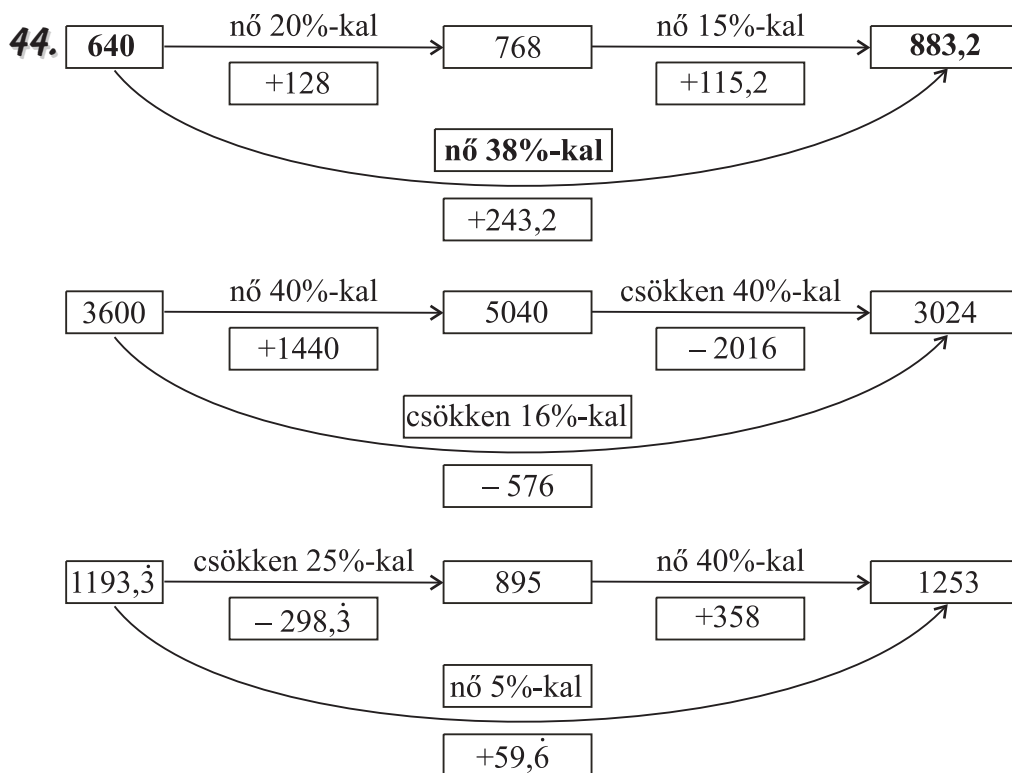
39. A teljes készlet **140** kilogramm.

A mandarin **7** kilogrammallyal több, mint a narancs.

A kivi a teljes készlet $\frac{1}{4}$ része, **25** százaléka.

40. Az iskolának **550** tanulója van. Alsó tagozatba **253** gyerek jár.

- 41.** Anna **840** forintot takarított meg.
- 42.** a) Péter a 20% kedvezménnyel **672** forintot fizetett a füzetekért.
b) Ha nincs akciós vásárlás, akkor a füzetekért **840** forintot fizetett volna.
- 43.** Összesen **1 200 000** forintot helyeztem el a bankban.
A bank a teljes lekötésemre **101 400** forint kamatot fizetett.



- 45.** A téglalap hosszabb oldala **30** centiméter, a kerülete **102** centiméter.
A téglalap területe **630** négyzetcentiméter.
- 46.** Ha a selejtet 3%-ra csökkentenék, **1552** hibátlan munkadarab készülne el.
- 47.** A két fiú közül **Lacinak** van több pénze.
Ha Lacinak 6500 forintja van, akkor Dezső **4550** forinttal rendelkezik.

Hányad része, hány százaléka?

- 48.** a) $\frac{3}{4}$; b) 3; c) $\frac{2}{9}$; d) $\frac{1}{90}$; e) 13; f) 2.
- 49.** a) 1%; b) 5%; c) 90%; d) 2%; e) 50%; f) 100%; g) 25%; h) 75%; i) 150%.
- 50.** a) 25%; b) 20%; c) 12,5%; d) 75%; e) 12,5%.
- 51.** a) $\frac{1}{5}$; b) 50; c) $\frac{5}{100}$; d) $\frac{3}{2}$; e) $\frac{2}{7}$; f) $\frac{5}{288}$.

52. a) 40; b) 60; c) 95; d) 55.

53. Az új téglalap hosszabb oldala **36** centiméter, a rövidebb oldala **20** centiméter.
Az eredeti téglalap területe **4** százalékkal változott.
A két téglalap kerületének a különbsége **2** centiméter.

54. Az áremelés **8** százalékos volt.

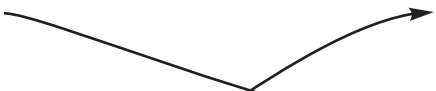
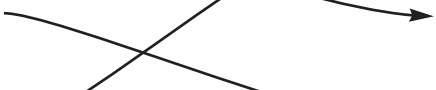

55. 5; 50;
55; 7,5;
15; 75;
20; 400.

56. a) 231,2; b) 2000; c) 5.

57. a) 64,8; b) 45; c) 250.

58. a) 40; b) 102,4; c) $\frac{3}{8}$.

59. a) 67,2; b) 10 500; c) 15.

60. $250 \cdot 0,45$		Melyik az a szám, amelynek 45%-a 250?
$45 : 250$		Mennyi 250-nek a 45 %-a?
$250 : 0,45$		250-nek a 45 hány százaléka?

61. a) Eredetileg **1960** forintom volt, vásárlás után **1120** forintom maradt.
b) Eredetileg **1470** forintom volt, a vásárlás során **630** forintot költöttem.
c) A vásárlás után **480** forintom maradt, mert **360** forintot költöttem.

62. a) Eredetileg **1728** forintom volt, vásárlás után **648** forintom maradt.
b) Eredetileg **2880** forintom volt, a vásárlás során **1800** forintot költöttem.
c) A vásárlás után **405** forintom maradt, mert **675** forintot költöttem.

63. a) A vásárláskor **13 005** forintot fizettünk.
b) A vásárláskor **2295** forintot spóroltunk.
c) A vásárláskor **2700** forintot spóroltunk.
d) A vásárláskor **86 700** forintot fizettünk.

64. a) A vásárláskor **5915** forintot fizettünk.
b) A vásárláskor **3185** forintot spóroltunk.
c) A vásárláskor **4900** forintot spóroltunk.
d) A vásárláskor **16 900** forintot fizettünk.

- 65.** a) Az áremelés **35** százalékos volt.
b) Az áremelés **15** százalékos volt.
c) Az árengedmény **18** százalékos volt.
d) Az árengedmény **15** százalékos volt.

- 66.** A 6. évfolyamra **133** tanuló jár.
Az 5. és 6. évfolyamra összesen **273** tanuló jár.
A 6. és 7. osztályoknak összesen **300** tanulója van.
Az iskolába **167** 7. osztályos tanuló jár.
Olga iskolájában **102** ballagnak.

Arány, arányosság

1. a) $16:40=4:10=2:5=\frac{2}{9}:\frac{5}{9}=0,2:0,5=1:2,5;$

b) $40:20=20:10=10:5=2:1=2;$

c) $3,5:6,3=35:63=5:9=\frac{5}{10}:\frac{9}{10}=\frac{1}{2}:\frac{9}{10}=\frac{5}{9};$

d) $\frac{5}{7}:\frac{7}{9}=\frac{45}{63}:\frac{49}{63}=45:49=\frac{45}{49};$

e) $\frac{3}{4}:\frac{2}{3}=\frac{9}{10}:\frac{8}{12}=9:8=\frac{9}{8}=1\frac{1}{8}.$

2.

$\frac{5}{8}:\frac{3}{4}; 5:12; \frac{5}{6}:\frac{10}{11}; 20:24; 11:12; \frac{5}{3}:4; 10:24; \frac{11}{12}; 5:6; \frac{1}{3}:\frac{4}{5}; 55:60.$

3. $12:25=24:50=48:100=0,6:1,25=84:175;$

$0,9:1,2=3,375:4,5=0,3:0,4=7,5:10=0,6:0,8=41,25:55=3:4;$

$1,25:2=2,5:4=5:8=7,5:12=\frac{1}{8}:\frac{1}{5}.$

4. Kata **15** sárga tojást festett. Összesen **39** festett tojás volt.

A festett tojások száma úgy aránylik a sárga tojások számához, mint **39 : 15 = 13 : 5**.

A tojások $\frac{8}{13}$ része piros, $\frac{5}{13}$ része sárga volt.

5. a) 329; b) 280; c) 410; d) 140 és 196; e) 370 és 518.

6. a) 731; b) 432; c) 1152; d) 300 és 425.

7. Két szám aránya $\frac{1}{2}:\frac{2}{9}=\frac{9}{18}:\frac{4}{18}=9:4.$

a) 84; b) 477; c) 272; d) 414 és 184.

8. 189 és 324.

9. 1375 és 375.

10. 234 és 208.

ARÁNY, ARÁNYOSSÁG

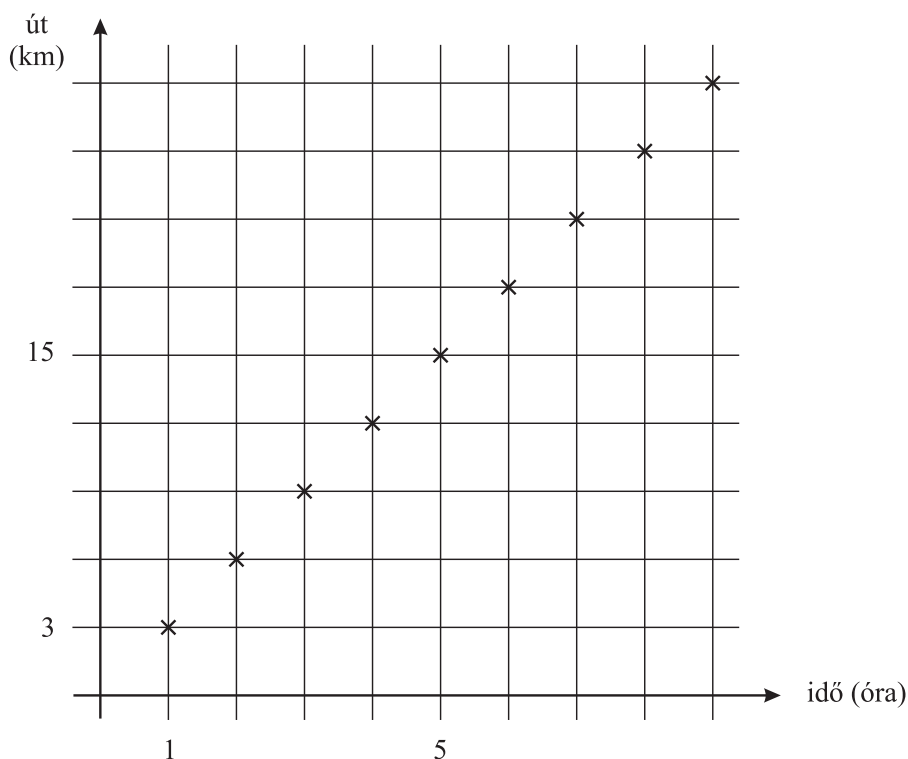
11. A kertészetben **72** tulipánt, **120** jácintot és **166** nárciszt szedtek.

12. Cili **42** diót kapott. A tálban összesen **140** dió volt. Dénes **21** dióval kapott többet, mint Béla.

Egyenes arányosság

13.

Menetidő (óra)	1	2	3	4	5	6	10	$\frac{1}{3}$	1,5
Megtett út (km)	3	6	9	12	15	18	30	1	4,5



14.

Idő (perc)	1	2	3	4	5	6	10	20	100	150	200
Vízmennyiség (liter)	8	16	24	32	40	48	80	160	800	1200	1600

A medence megtöltéséhez 3 óra 20 perc szükséges.

15. A pékségben 320 kg kenyér sütéséhez **230,4** kg liszt szükséges.

16. Az esztergályos 8 óra alatt **128** munkadarabot készítet.

17. Zsolti a négy tábla csokoládéért **1100** Ft-ot fog fizetni.

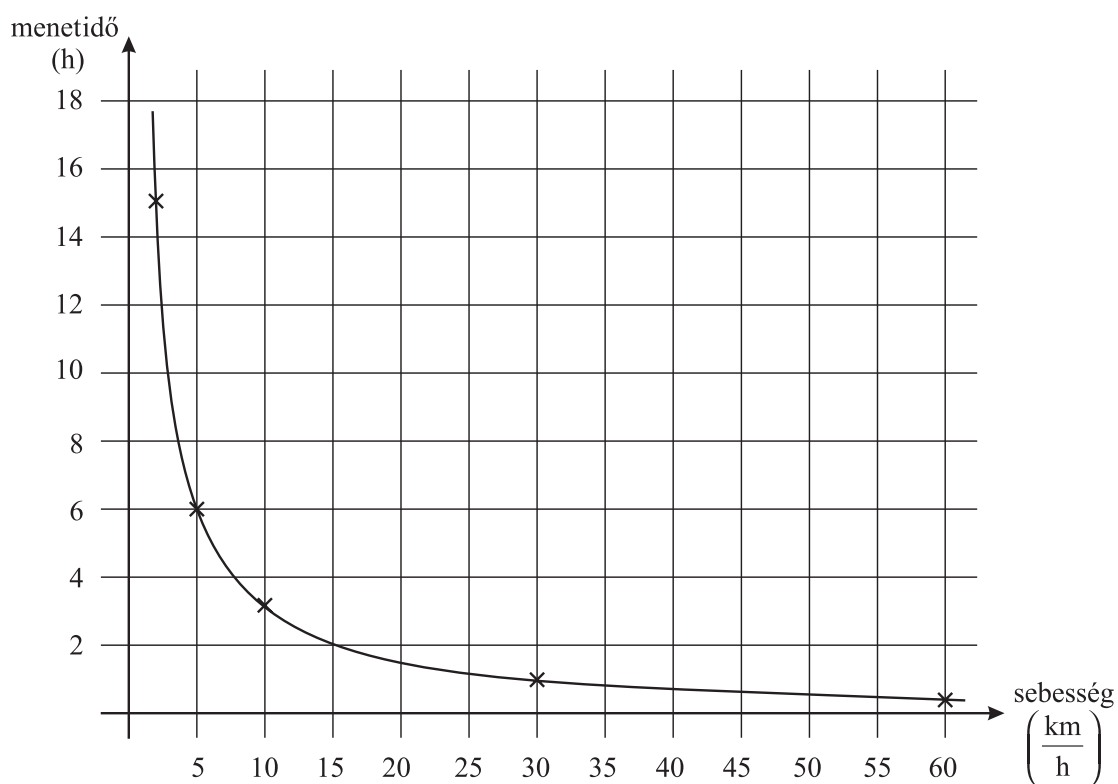
ARÁNY, ARÁNYOSSÁG

- 18.** A második tartály $11\frac{1}{4}$ óra alatt telik meg.
- 19.** Pali apukája **55 500 Ft**-ot fizetett volna 222 euróért.
- 20.** A 30 csomag **3600 Ft**-ba került volna.
- 21.** a) 210 Ft; b) 630 Ft; c) 1050 Ft; d) 1575 Ft; e) 2100 Ft.

Fordított arányosság

22.

Sebesség $\left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$	2	3	5	6	10	14	30	60
Menetidő (h)	12	10	6	5	3	$\frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$	1	0,5



23.

Egy darab csomag tömege (kg)	1	2	4	5	6	10	15	30
Egy menettel szállítható csomagok száma (db)	60	30	15	12	10	6	4	2

- 24.** A nagyobb tartálykocsikból **20** darabot kell rendelni.

- 25.** A 23 munkagép **30** nap alatt végzi el a munkát.
- 26.** A nagy hideg miatt csak **40** napig elegendő a szén.
- 27.** A kisebb sebesség miatt **6** óráig tartott az út megtétele.
- 28.** A 3 tonnás teherautó **12** fordulóval szállítja el a törmeléket.
- 29.** 10 napos táborozás esetén Zsófi naponta **280** Ft-ot költhetett volna.
- 30.** Negyven gyerek kirándulása esetén csak **2400** Ft-ba került a busz fejenként.

Vegyes arányossági feladatok

- 31.** a) 6; b) 8; c) 4.
- 32.** 2,25; 3,15; 13,5.
- 33.** a) A rövidebb oldal **3,5** m.
 b) A szobába **15,75** négyzetméter padlószőnyeget kell vásárolni.
 c) A padlószőnyeg rögzítéséhez **15** méter szegőléc szükséges.
- 34.** a) A hosszabb rúd **80** centiméter volt.
 b) A futópálya hossza **120** méter.
- 35.** a) Ha a rövidebb oldal volt a 24,12 dm, akkor a hosszabb oldal **32,16** dm.
 Ha a hosszabb oldal volt a 24,12 dm, akkor a rövidebb oldal **18,09** dm.
 b) $K = 112,56$ dm; $T = 775,6992$ dm²
- 36.** a) A téglalap oldalainak hossza: 8 cm és 11,2 cm.
 b) A terület: 89,6 cm².
- 37.** Tizenkét esztergagép négy nap alatt **7680** munkadarabot készít.
- 38.** Karcsi apukája **21760** Ft-ot fog fizetni az ebédért.
- 39.** a) A háromszög belső szögei: **20°; 50°; 110°**.
 b) A szögei szerint **tompaszögű** a háromszög.
- 40.** A derékszögű háromszög két hegyesszöge: 22,5° és 67,5°.
- 41.** A háromszög oldalainak hossza: 3,2 cm; 4 cm; 5,6 cm.
- 42.** A 100 Ft-os füzetből **300** darabot tudunk vásárolni.
- 43.** A négyszög belső szögei: 40°; 80°; 100°; 140°.

ARÁNY, ARÁNYOSSÁG

44. a) A 35 km távolság a térképen **35** cm hosszú.

b) A két város közötti valódi távolság **15** km.

45. Az 1,4 tonna huzal **9800** méter hosszú.

46. Az indulástól számított 6. percben **8** km távolságban lesz tőlünk az autó.

47.

Munkások száma (fő)	36	24	12	8	48	27	36
Munka idő (óra)	12	18	36	54	9	16	12

48.

A drótkötél hossza (m)	5	8	14	19	(143,1) 2	7	11
Tömeg (kg)	85	136	238	323	(2434) 34	119	187

49.

Munkások száma (fő)	24	16	32	18	96	72	(4,62) 36
Munka idő (nap)	36	54	27	48	9	12	(187) 24

50.

A folyadék térfogata (l)	5	4	13	21	2	7	11
Tömege (dkg)	105	84	273	441	42	147	231

51. a) Zoli bácsi kertje **20** méter hosszú.

b) A kertek területe **384** négyzetméter.

c) A két kert közül **Pista bácsi** kertjének kerítéséhez kell több anyag.

52. a) A két szoba alapterülete **24** négyzetméter, és **10,5** négyzetméter.

b) Egy parketta területe **0,008** négyzetméter.

c) A kisebb szobához **1313** darab parketta szükséges.

53. a) Egy kerek sajt tömege **1** kilogramm.

b) Egy rúd szalámi ára **1800** forint.

c) A két lány külön-külön **3600** forintot fizetett.

54. a) Erzsébet néni fajtánként **300** palántát vásárolt.

b) A paprikát **15** sorba ültette el.

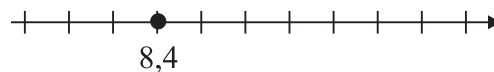
Nyitott mondatok

1. $I = \{\text{Bécs}\}$
 $I = \{\text{Molnár Ferenc}\}$
 $I = \{\text{macska; óz; béka}\}$
2. a) $I = \{3\}$; b) $I = \{5\}$; c) $I = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$; d) $I = \{ \}$; e) $I = \{0\}$; f) $I = \{-1; 0; 1; 5\}$.
3. a) $I = \{4; 5; 6\}$; b) $I = \{ \}$; c) $I = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$; d) $I = \{-4\}$; e) $I = \{ \}$; f) $I = \{ \}$.
4. a) $a = 5$; b) $b = 5,8$; c) $c = -63$; d) $d = -7,2$; e) $e = 12$; f) $f = 14$; g) $g = 42$; h) $h = -7$;
 i) $i = -6$; j) $j = 8$; k) $k = -\frac{5}{7}$; l) $x = 0,3$; m) $m = -3$; n) $n = -4$; o) $o = -11,2$; p) $p = -0,4$.

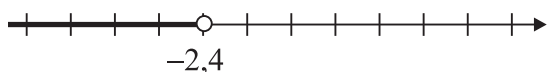
5. a) $3,6 + a > 6,2$
 $a > 2,6$



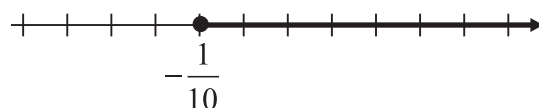
b) $b + 2,6 = 11$
 $b = 8,4$



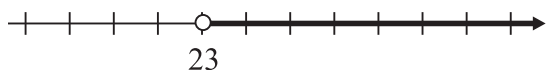
c) $c < -2,4$



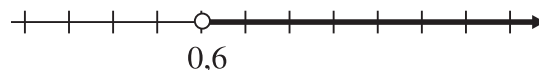
d) $d \geq -\frac{1}{10}$



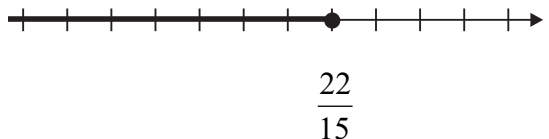
e) $e > 23$



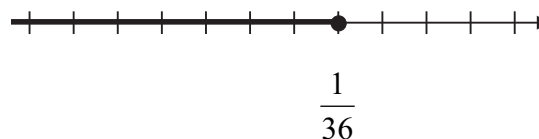
f) $f > 0,6$



g) $g \leq \frac{22}{15}$



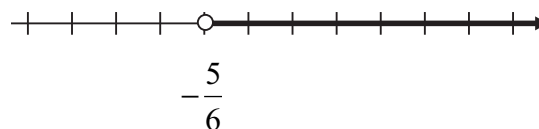
h) $h \leq \frac{1}{36}$



i) $i \leq 4$



j) $j > -\frac{5}{6}$

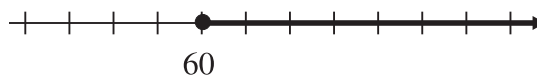


NYITOTT MONDATOK

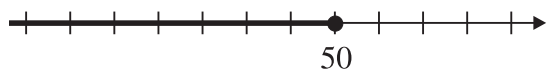
k) $k > -3$



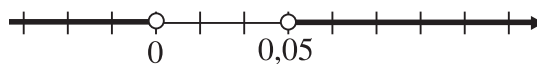
l) $x \geq 60$



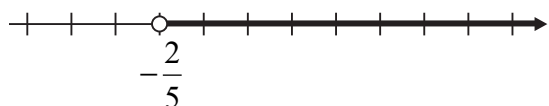
m) $m \leq 50$



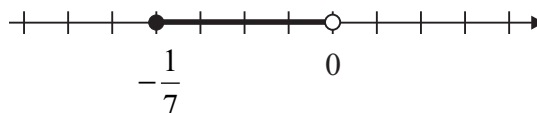
n) $n < 0$ vagy $n > 0,05$



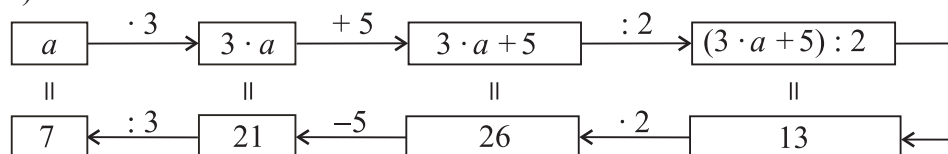
o) $z > -\frac{2}{5}$



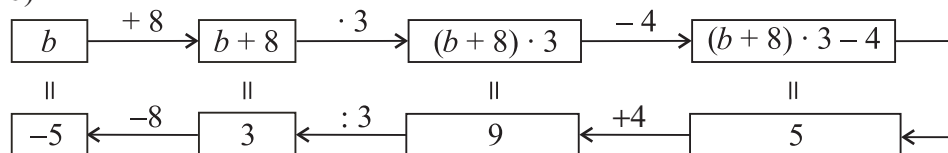
p) $-\frac{1}{7} \leq p < 0$



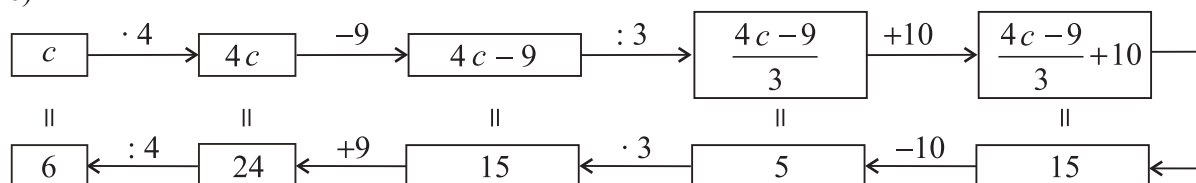
6. a)



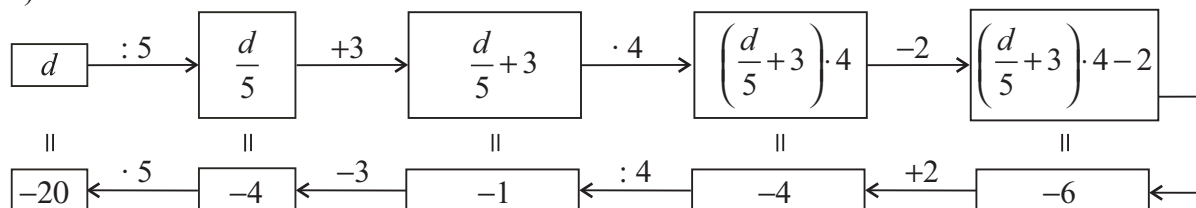
b)



c)

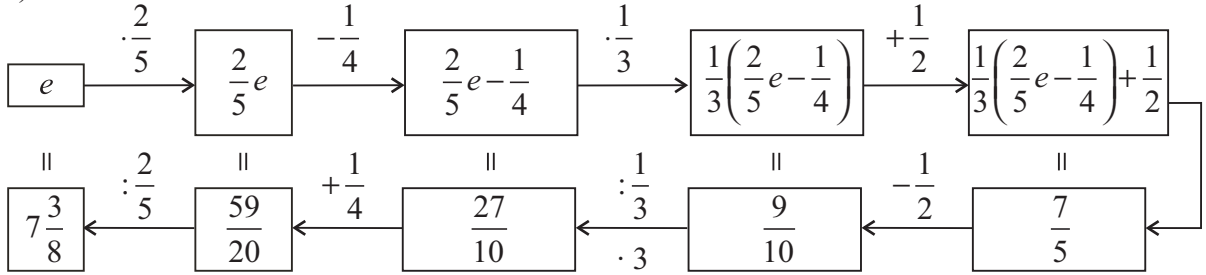


d)



NYITOTT MONDATOK

e)



f) $f = 19$;

g) $g = 3$;

h) $h = -2$;

i) $i = 4$.

7. a) $a = 0,4$; b) $b = 3,8$; c) $c = 2,1$; d) $d = \frac{9}{20}$; e) $e = \frac{43}{126}$; f) $m = 1$.

8. a) A gondolt szám: 24.

b) A gondolt szám: 10.

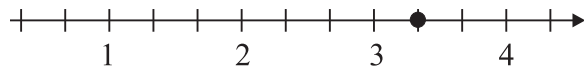
c) A gondolt szám: -7 .

9. a) $I = \{ \}$;

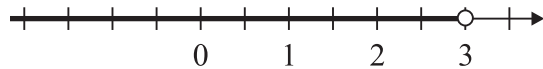
b) $I = \{ \}$;

c) $I = \{ 3 \}$.

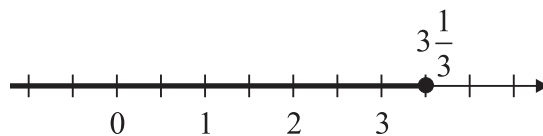
10. a) $a = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$;



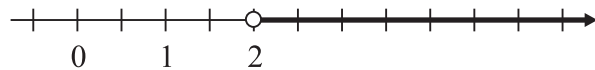
b) $b < 3$;



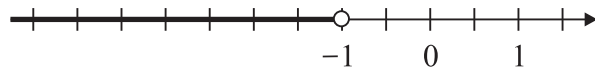
c) $c \leq \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$.



11. a) $x > 2$



b) $x < -1$



12. Az egyik polcon **83**, a másikon **67** maci van.

13. Katának **650** forintja, Évának **400** forintja van.

14. Jankának **350**, Péternek **290** könyve volt.

NYITOTT MONDATOK

- 15.** Az első polcon **129**, a másodikon **172**, a harmadikon **43** könyv van.
- 16.** A kosarakban **132**, **44**, **88** alma van.
- 17.** Egy szelet torta **320** forintba került.
- 18.** a) Attilának **7** ötöse, **6** négyese és **2** közepese volt.
b) Matematikából az osztályzatainak az átlaga: **4,3**.

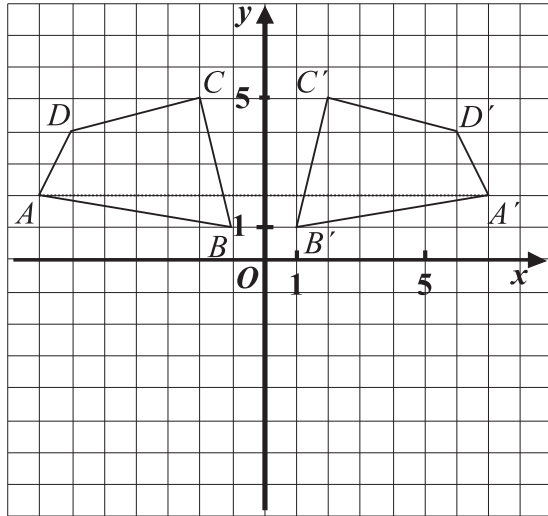
Szöveges feladatok

- 19.** Az eredeti háromszög oldalainak hossza és a kerülete:
 $a = 12 \text{ cm}$, $b = 27 \text{ cm}$, $c = 22 \text{ cm}$, $K = 61 \text{ cm}$
- 20.** Anikó **152 cm**, Bori **139 cm** magas.
- 21.** A virágcsokor **1840 Ft**, a torta **3300 Ft** volt.
- 22.** a) Kati anyukája **32 éves**, apukája **38 éves**.
b) Négy évvel ezelőtt a család életkorának összege **69 év** volt.
- 23.** a) Autóval többen érkeztek, mint kerékpárral.
b) Az osztály $\frac{5}{24}$ része érkezett gyalog.
c) Az osztály létszáma **24 fő**.
d) **9 fő** érkezett trolival.
- 24.** Az üzletvezető **20 db** rollert rendelt.
- 25.** a) A kert hosszabb oldala **120 m**.
b) A gyümölcsös területe **6240 m²**.
c) A kert $\frac{1}{3}$ részében van szőlő, ennek területe **2080 m²**.
- 26.** a) A korsóban **2060 g** tej van.
b) A korsóban lévő tej **2 liter**.
- 27.** A ládában eredetileg **56 kg** alma volt.
- 28.** Az első nap **2400 kg**, a második nap **4200 kg**, a harmadik nap **1400 kg** gabonát őröltek, ez összesen **8000 kg**.
- 29.** A helyiség burkolásához **1600 db** csempe szükséges.
- 30.** Egy kilogramm sajt **1680 Ft**-ba került.

Síkgeometria

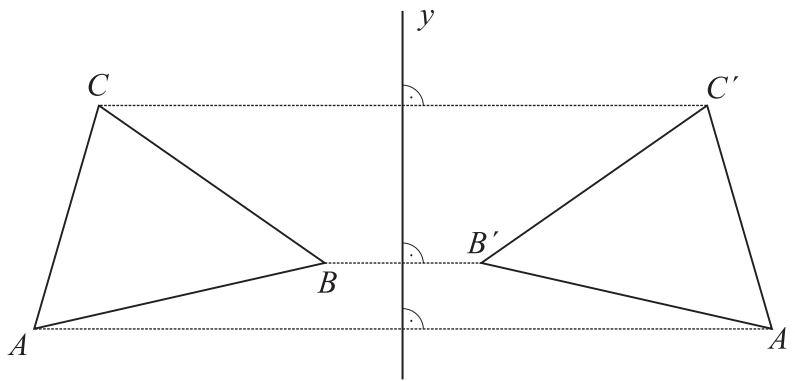
Keressd a pontok párját

1. b) $A'(7; 2)$ $B'(1; 1)$ $C'(2; 5)$ $D'(6; 4)$
 a), c) és d)



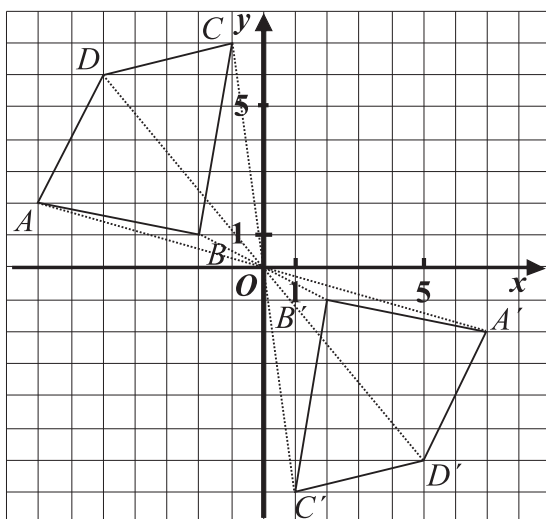
- e) Merőleges.
 f) A két szakasz egyenlő hosszúságú.
 g) Ugyanaz érvényes rájuk, mint az AA' szakaszra.

2.



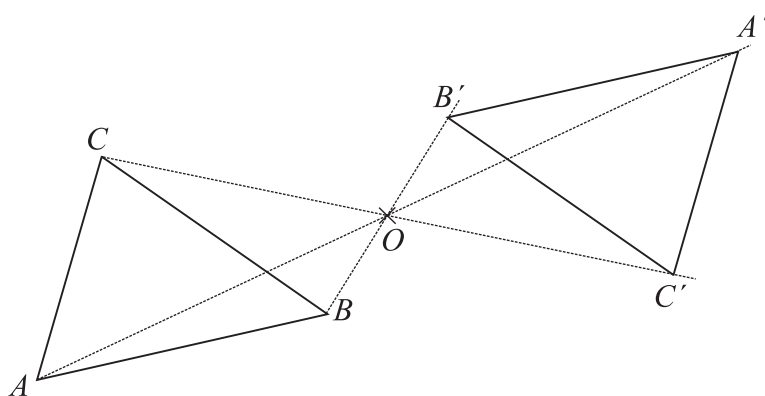
3. b) $A'(7; -2)$ $B'(2; -1)$ $C'(1; -7)$ $D'(5; -6)$

a) és c)



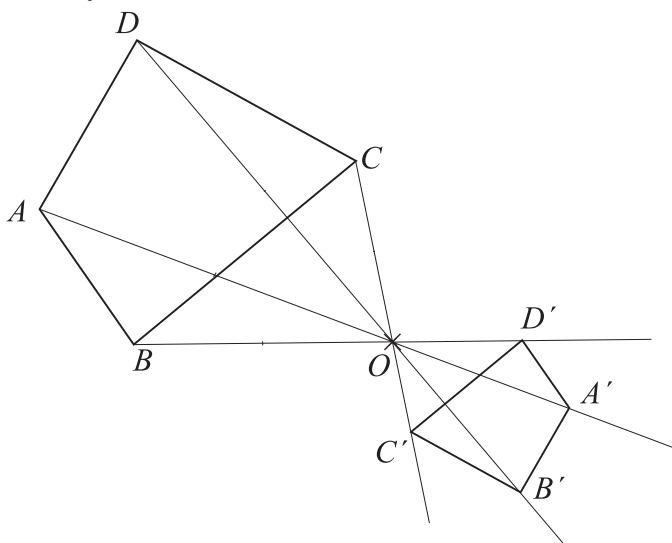
- d) Az origón (O ponton).
- e) A két szakasz egyenlő hosszúságú.
- f) Ugyanaz érvényes rájuk, mint az AA' szakaszra.

4.

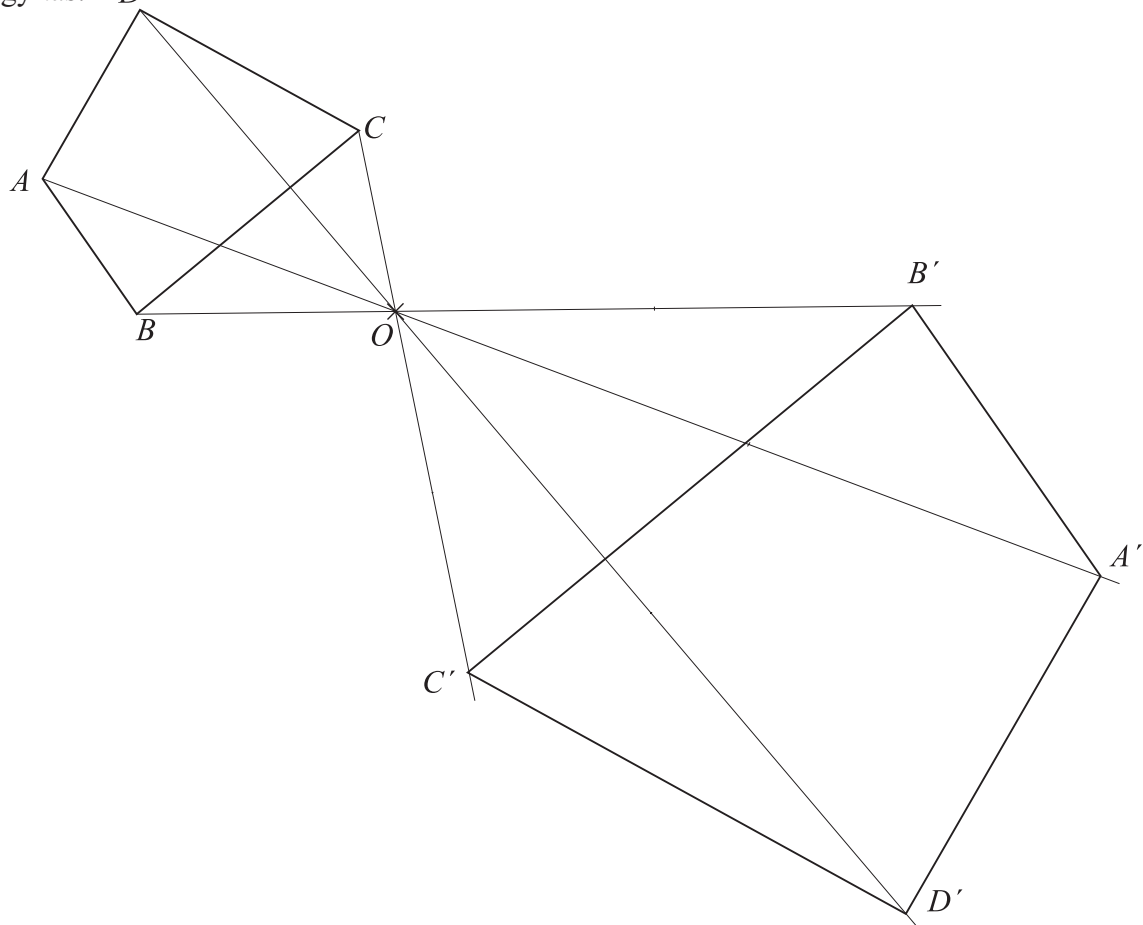


5. a) F, b) A, D, c) C, d) B, E

6. Kicsinyítés:



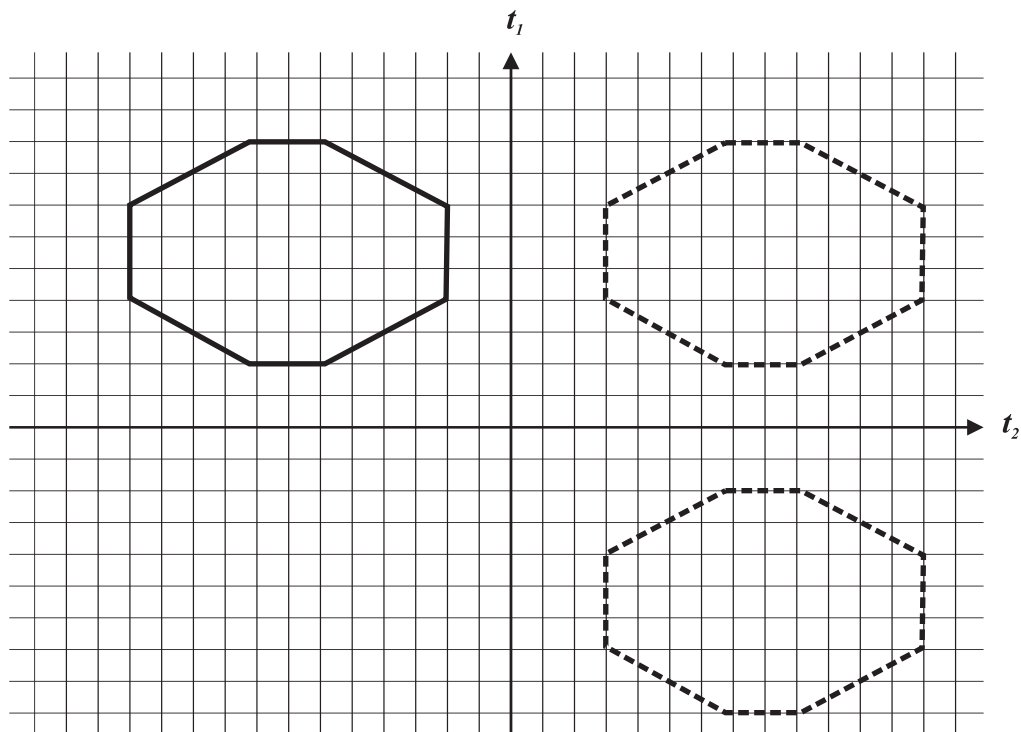
Nagyítás: D



Tengelyes tükrözés

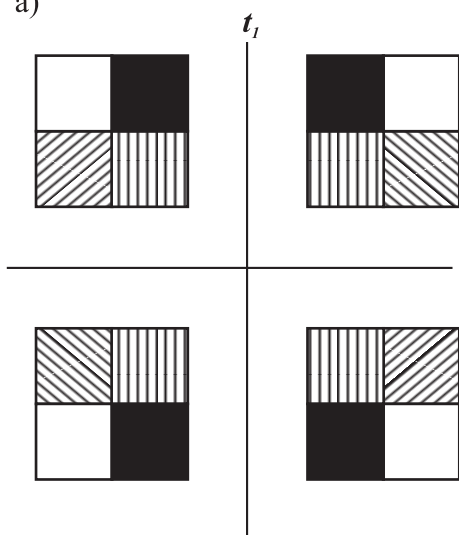
7. a), b), e), f), h), j).

8.

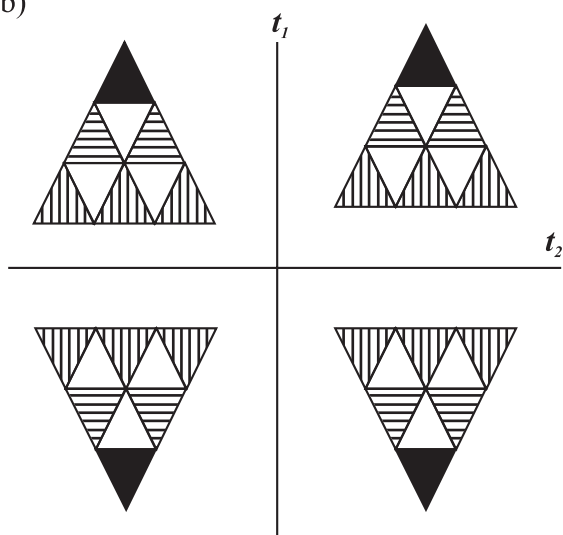


9. Pl.: IMI; AHA; AMA; TIT; TAT.

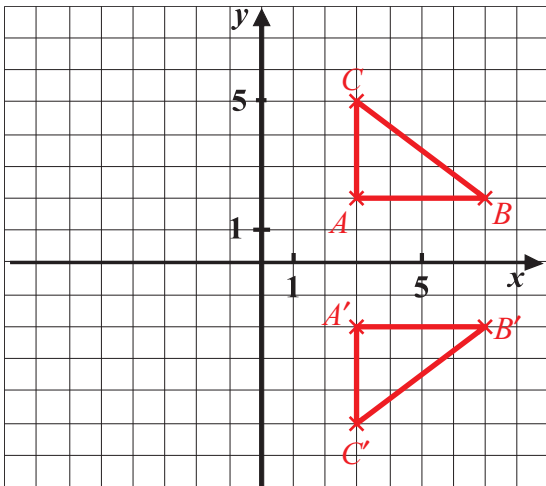
10. a)



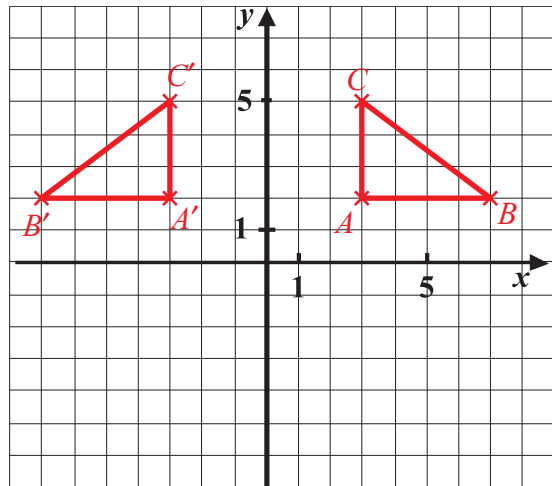
b)



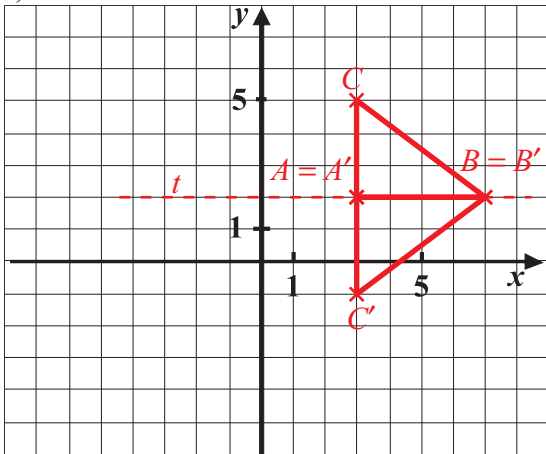
11. a)



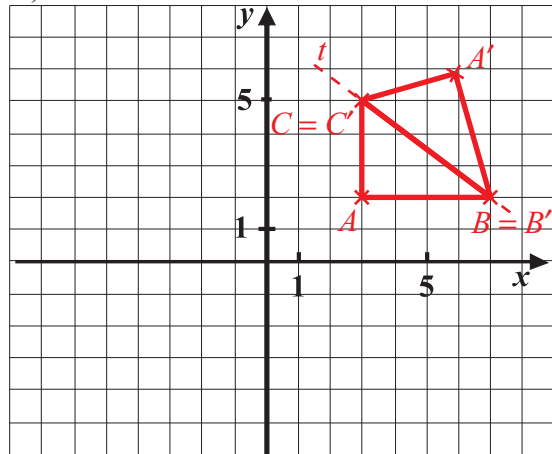
b)



c)

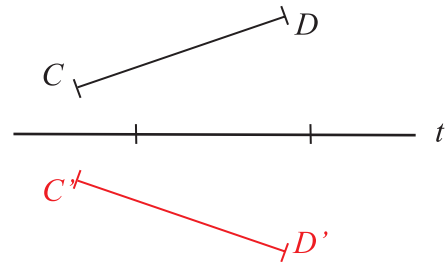
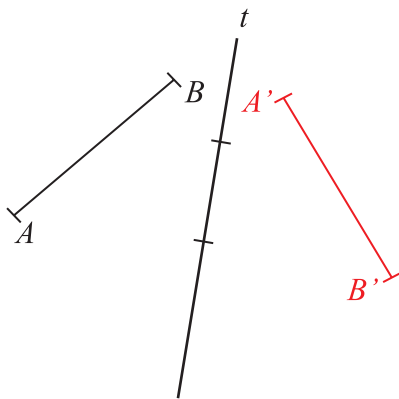


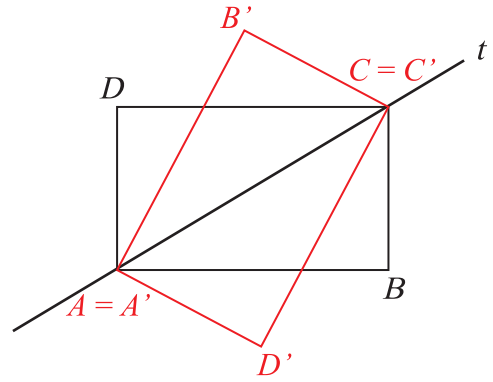
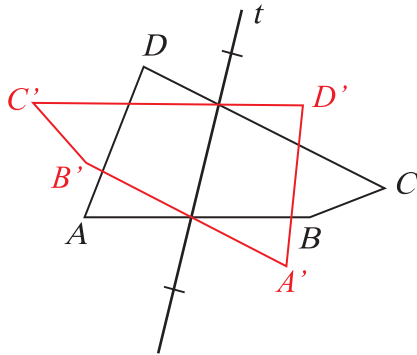
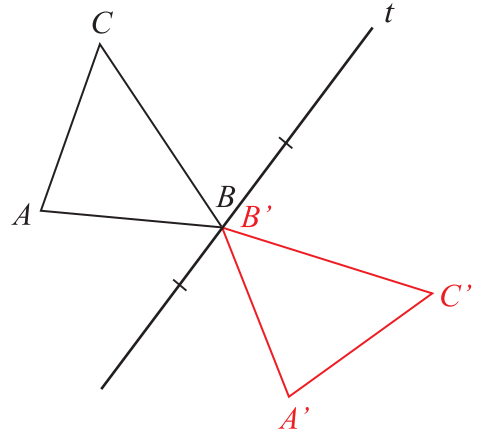
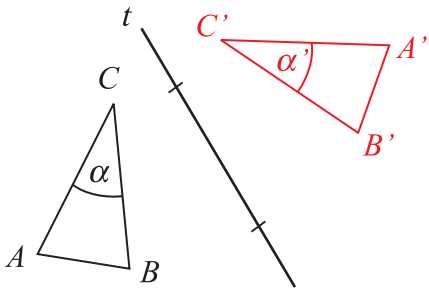
d)



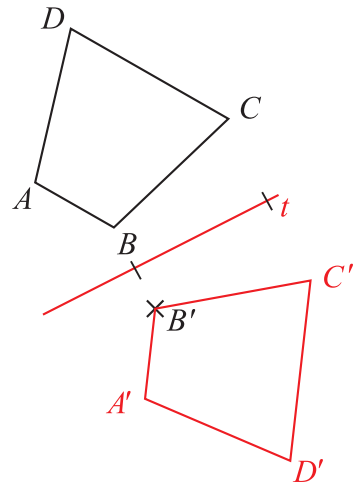
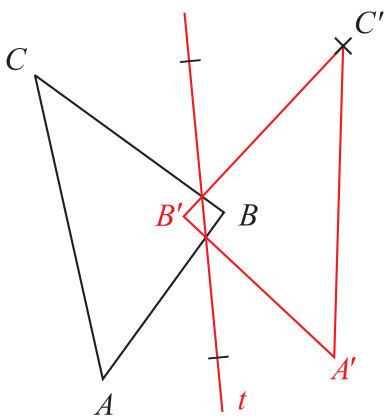
Alapszerkesztések

12.

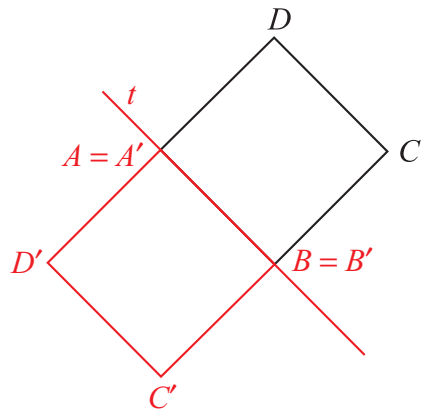




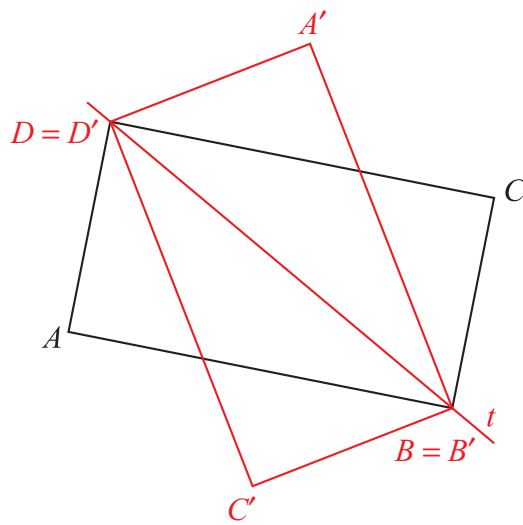
13.



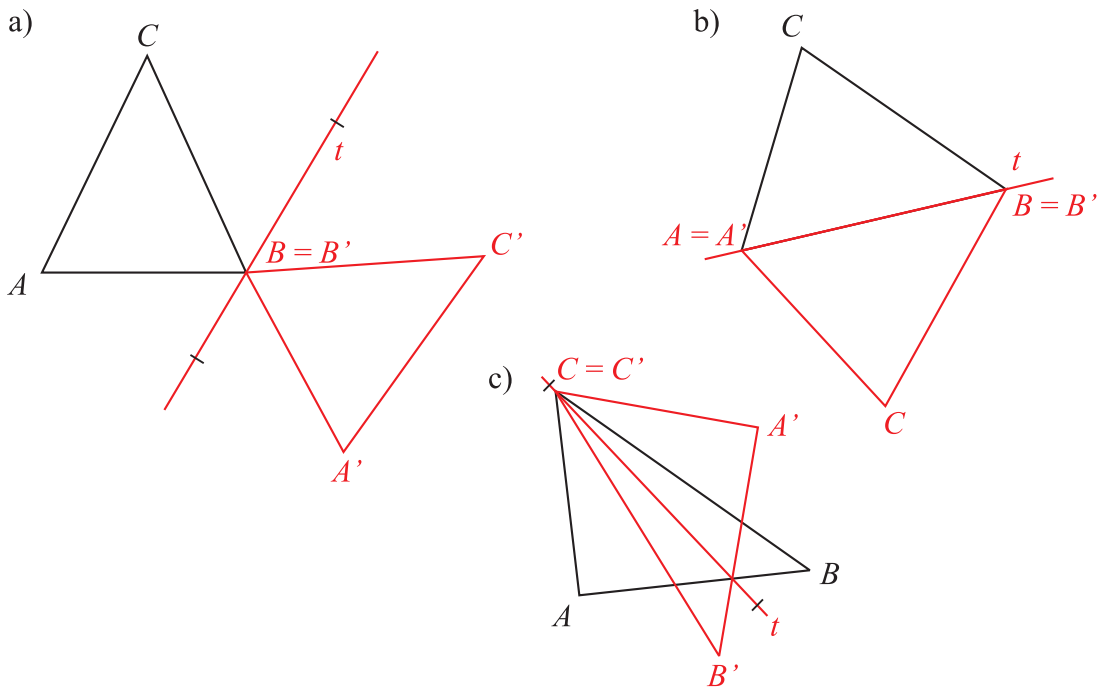
14.



15.



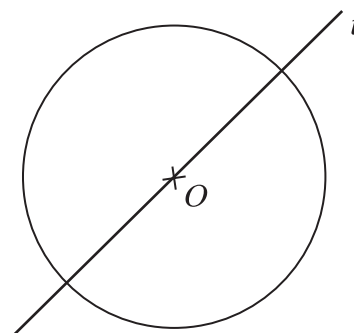
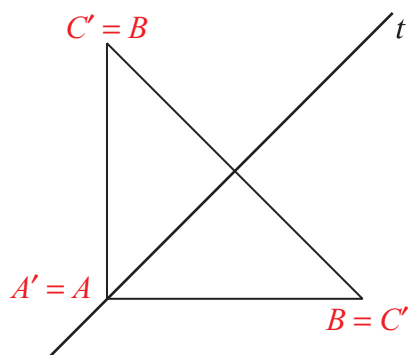
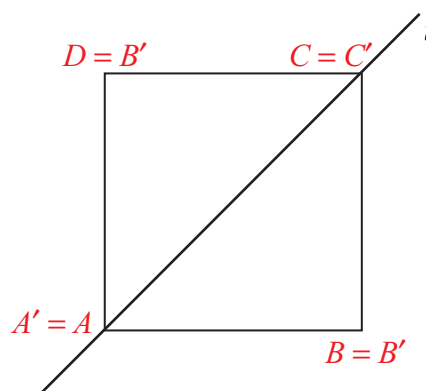
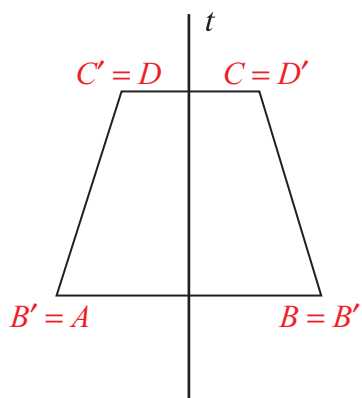
16.



17. Egyenlő; 45°; egyenlő; ellentétes.

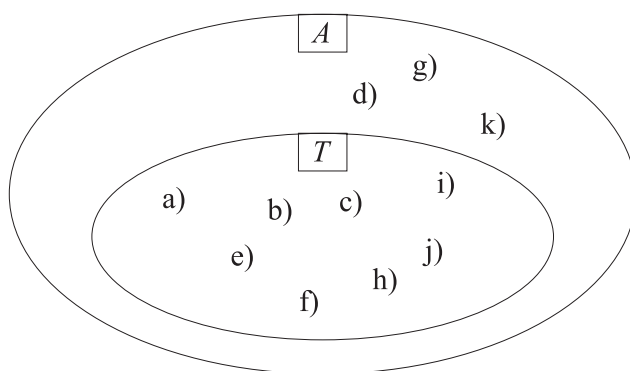
18. a) Hamis; b) igaz; c) hamis; d) hamis; e) igaz; f) hamis; g) igaz.

19.

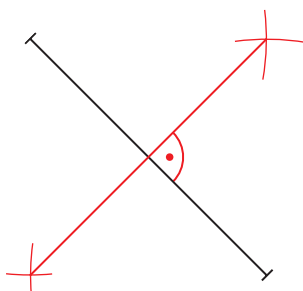


Mindegyik alakzat **egybeesik** a képével, az ilyen alakzatok **tengelyesen szimmetrikusak**.

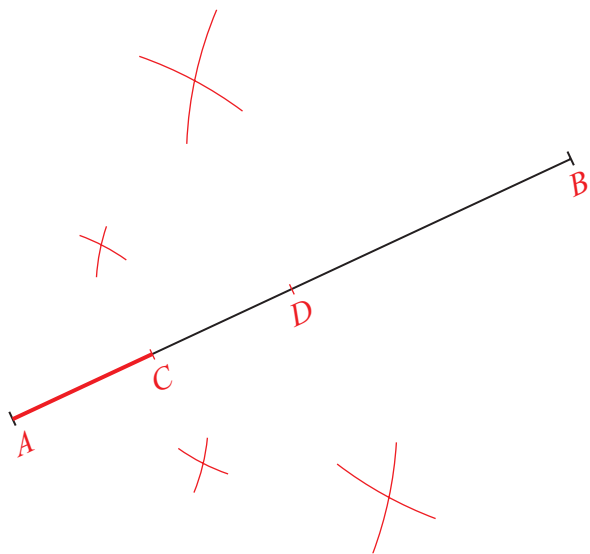
20.



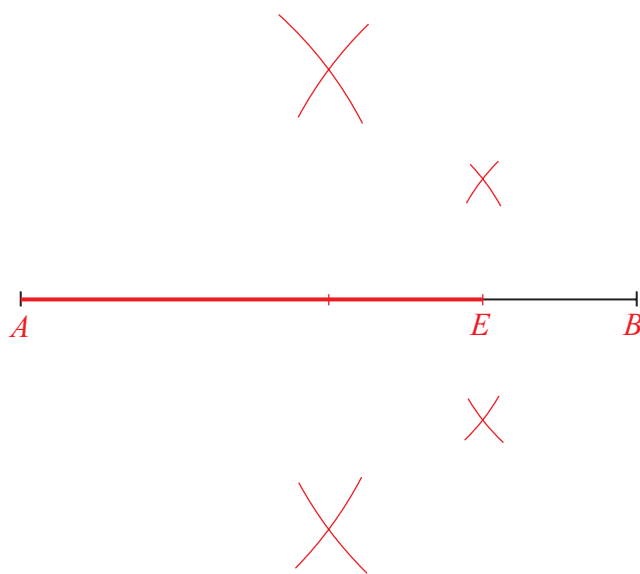
21.



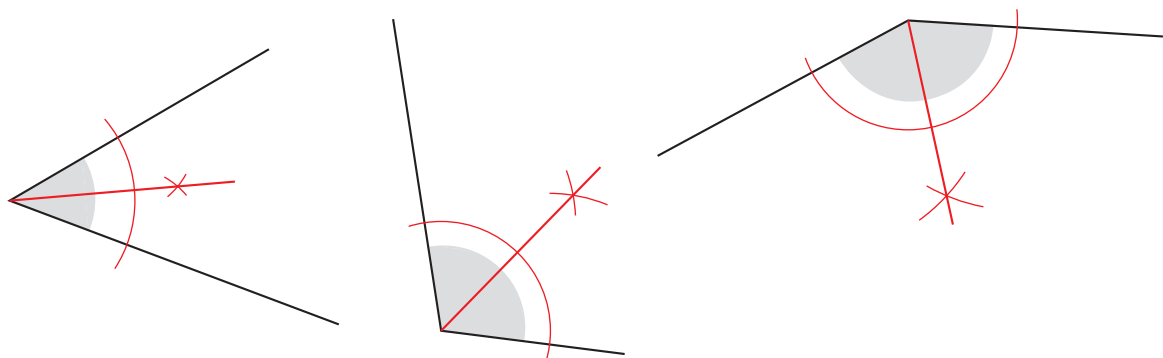
22.



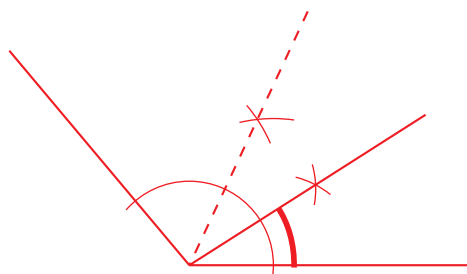
23.



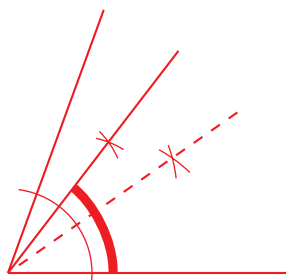
24.



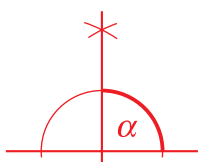
25.



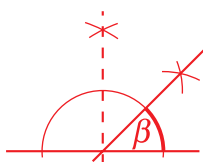
26.



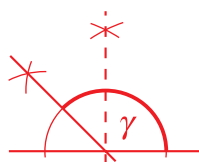
27. $\alpha = 90^\circ$;



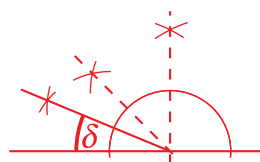
$\beta = 45^\circ$;



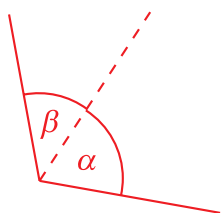
$\gamma = 135^\circ$;



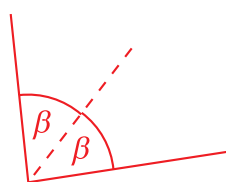
$\delta = 22,5^\circ$.



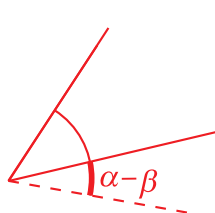
28. a)



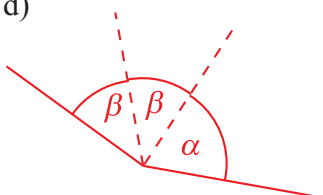
b)



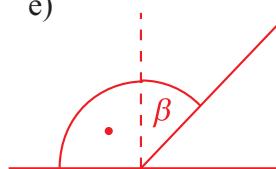
c)



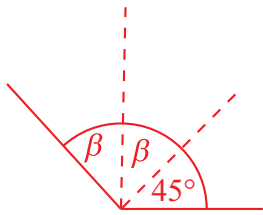
d)



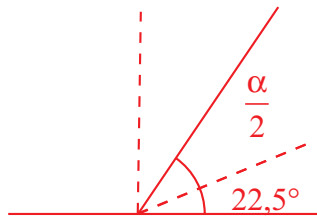
e)



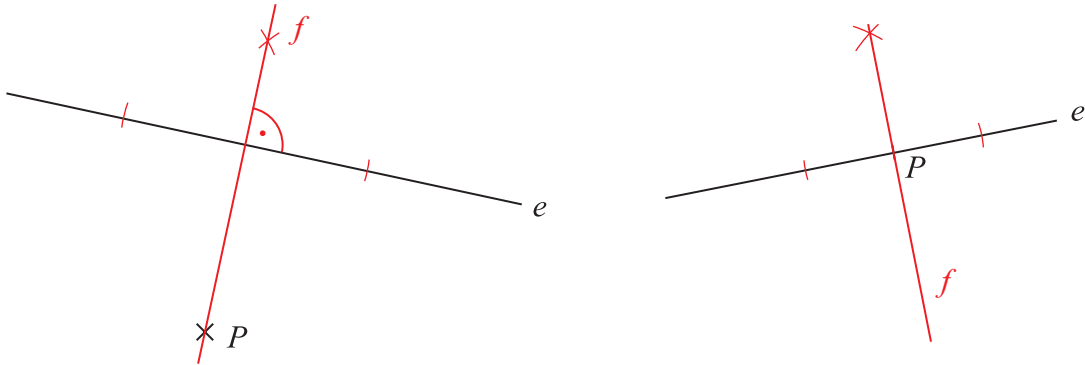
f)



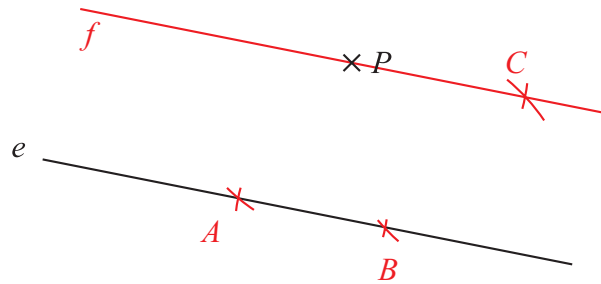
g)



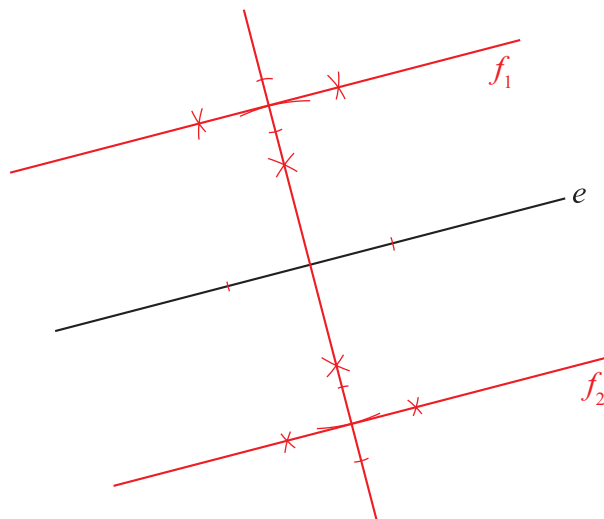
29.



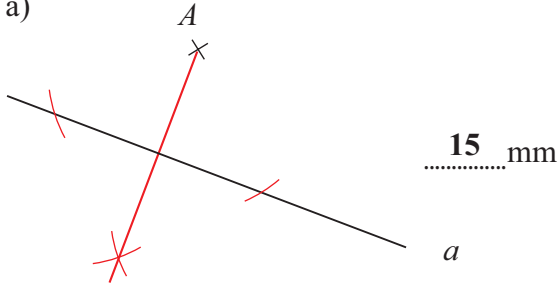
30.



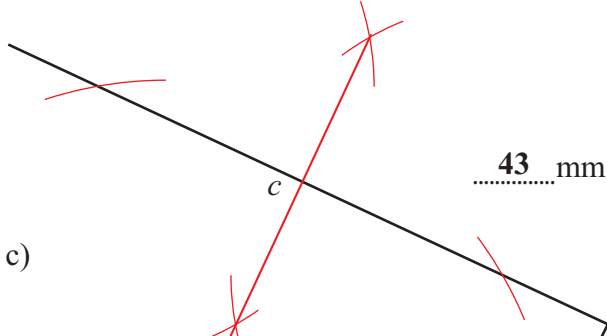
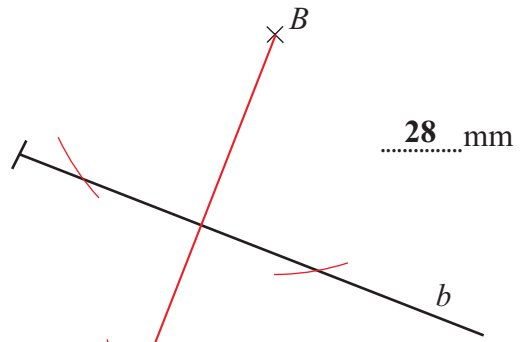
31.



32. a)

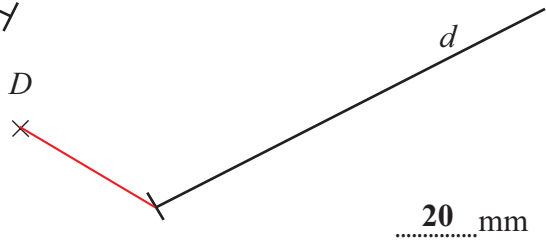


b)



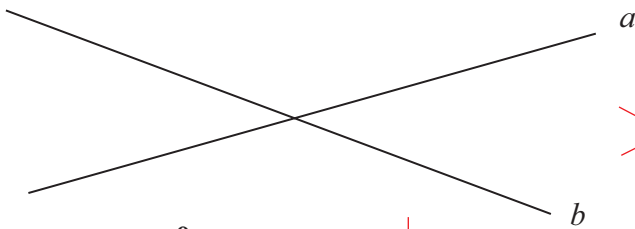
c)

d)

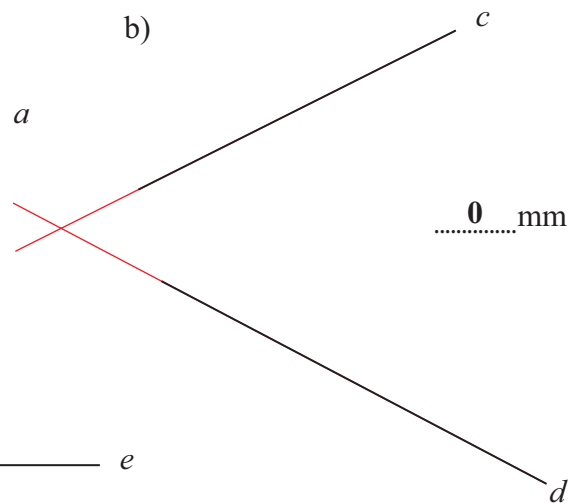


33.

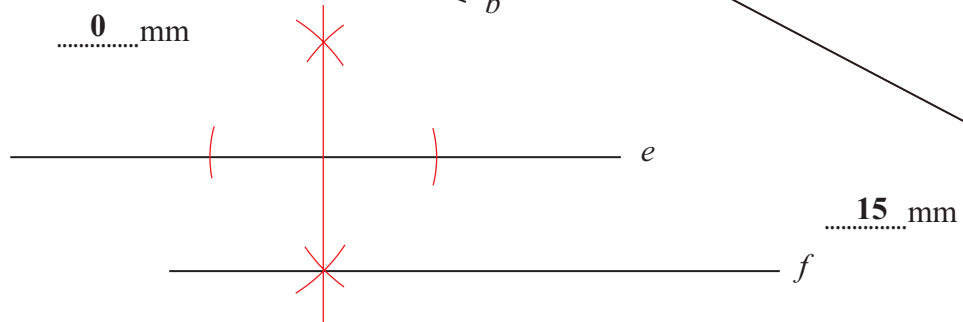
a)



b)



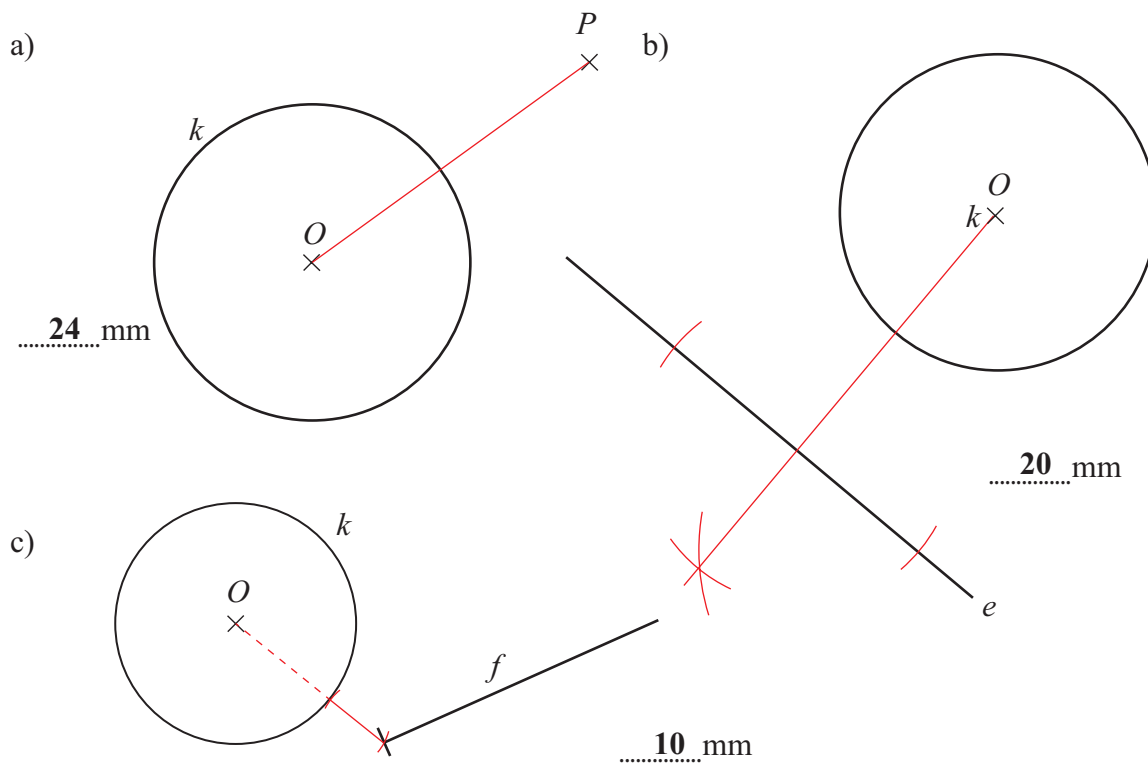
c)



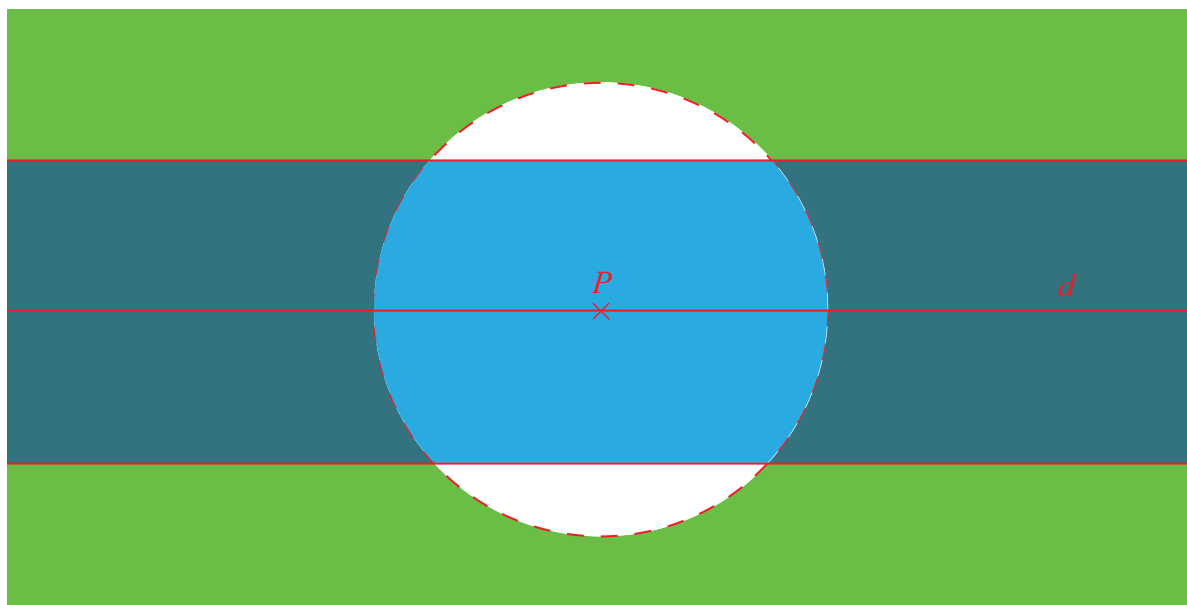
d)



34.

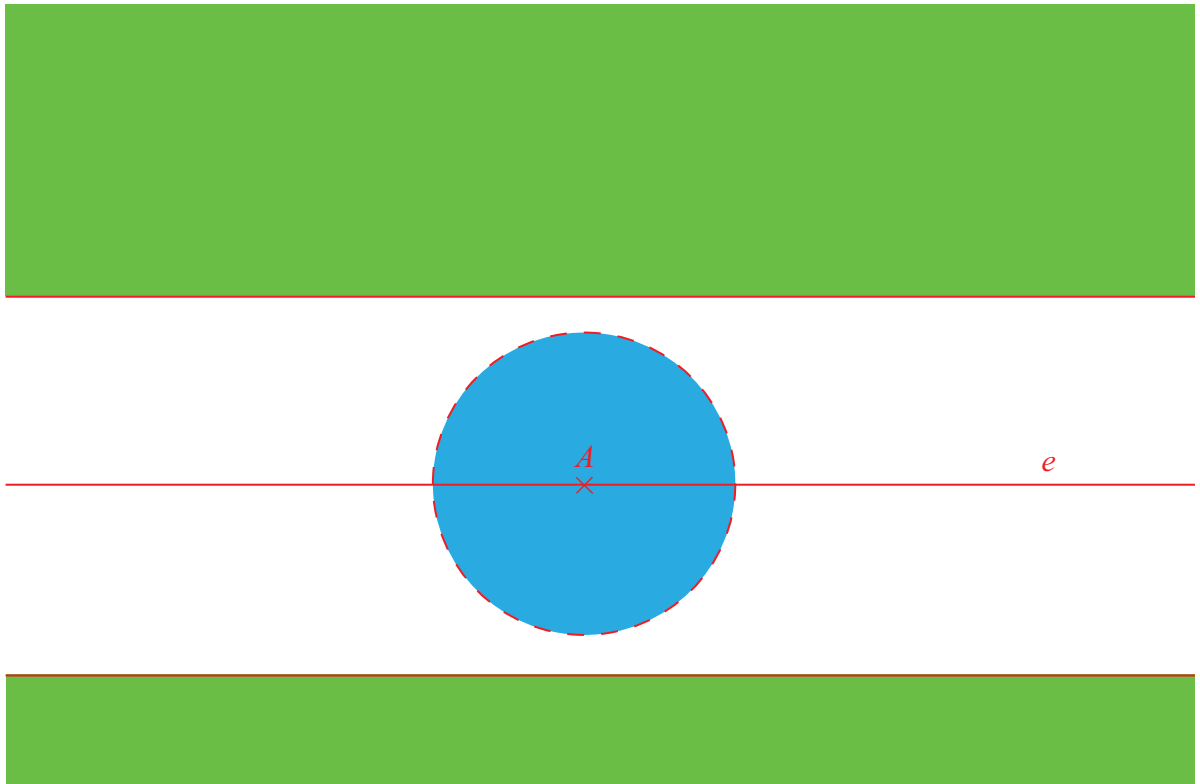


35. a), b), c)

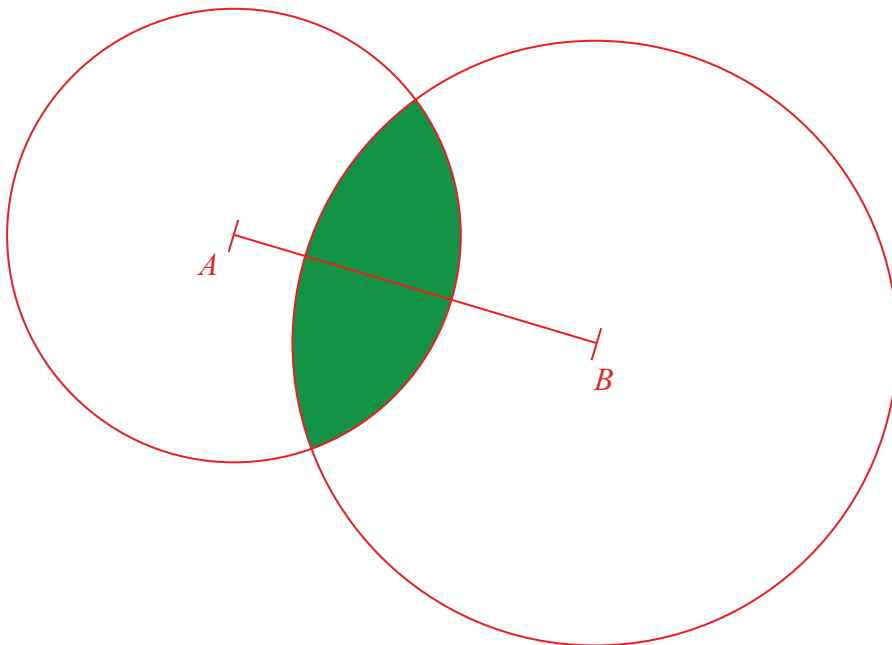


d) A d egyenes azon pontjai, amelyek a P ponttól legfeljebb 3 cm távolságra vannak.

36. a), b), c)

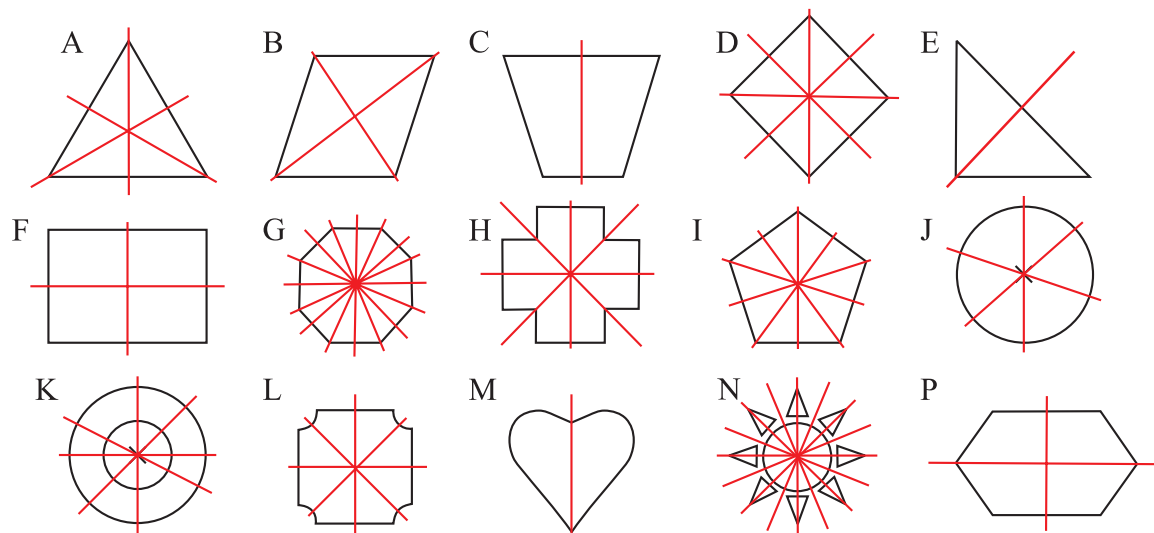
d) Az e egyen azon pontjai, amelyek az A ponttól legalább 2 cm távolságra vannak.

37.



38. a) Az O ponttól legfeljebb 2 cm távolságban lévő pontok halmaza a síkon.
 b) Az O ponttól legalább 2 cm távolságban lévő pontok halmaza a síkon.
 c) Az f egyenestől legalább 2 cm távolságban lévő pontok halmaza a síkon.

39.



Nincs szimmetria tengelye: –

Egy szimmetria tengelye van: C, E, M.

Kettő szimmetria tengelye van: B, F, P.

Három szimmetria tengelye van: A.

Négy szimmetria tengelye van: D, H, L.

Végtelen sok szimmetria tengelye van: J, K.

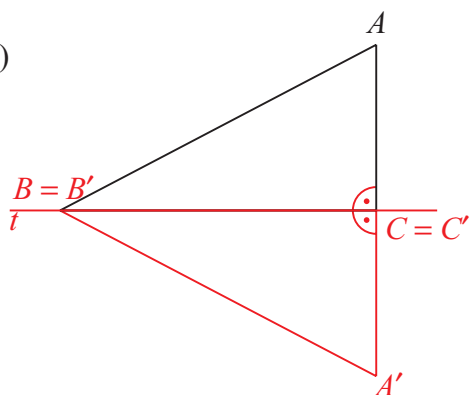
Legalább két szimmetria tengelye van: A, B, D, F, G, H, I, J, K, L, N, P.

Legfeljebb két szimmetria tengelye van: B, C, E, F, M, P.

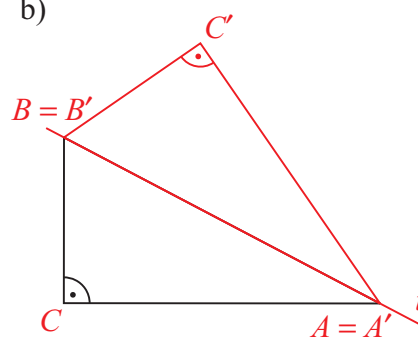
Tengelyesen szimmetrikus háromszögek

40.

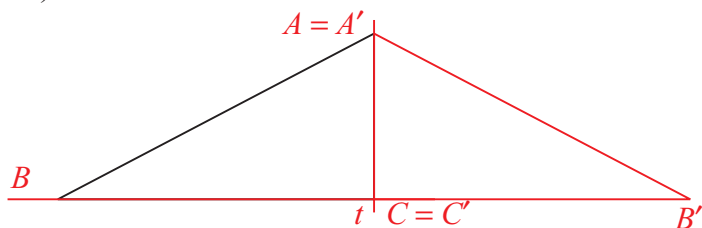
a)



b)

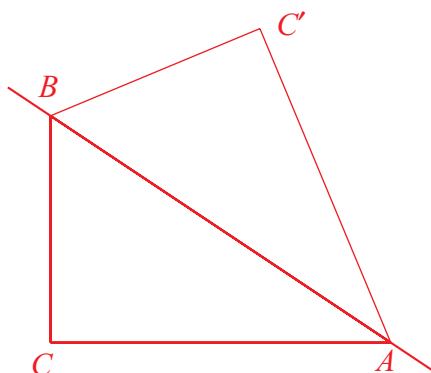


c)

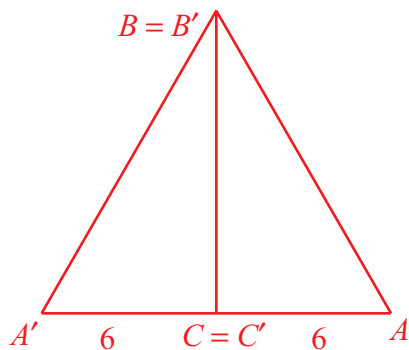


Az a) és c) esetekben a háromszög a tükörképével együtt egyenlő szárú háromszöget alkot.

41.



42. A háromszög oldala 12 cm hosszú.



43. a) oldalai szerint!

különböző oldalú: b, d
 egyenlő szárú: a, c, e, f
 egyenlő oldalú: a

b) szögei szerint!

hegyesszögű: a, c
 derékszögű: b, e
 tompaszögű: d, f

44. a)

A szárak hossza (cm)	4	4	4	4	4	4	4
Az alap hossza (cm)	1	2	3	4	5	6	7
A háromszög kerülete (cm)	9	10	11	12	13	14	15

b) A feltételnek 7 különböző háromszög felel meg.

SÍKGEOMETRIA

45. a)

A szárok hossza (cm)	3	4	5	6	7	8	9	10
Az alap hossza (cm)	4	4	4	4	4	4	4	4
A háromszög kerülete (cm)	10	12	14	16	18	20	22	24

b) A feltételnek végtelen sok háromszög felel meg.

46. A háromszög kerülete 312 cm.

47. A háromszög oldalai $34\frac{2}{3}$ cm hosszúak.

48. a) $K = 22$ cm

b) Nem alkot háromszöget, nem teljesül a háromszög egyenlőtlenség.

49. a) Nem háromszög.

b) A szárok hossza 5 cm.

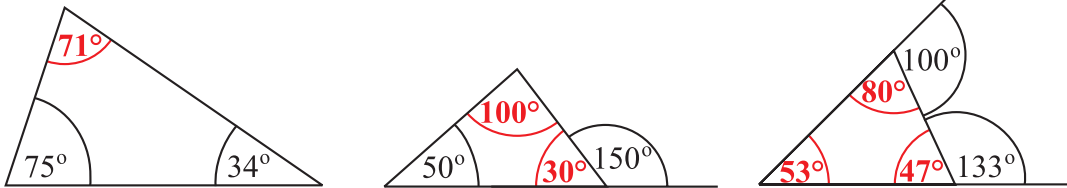
50. a) A háromszög alapja 7 cm.

b) Nem alkot háromszöget.

51. A háromszög alapja 12 cm, a szárai 8 cm hosszúak.

52. A háromszög alapja 12 cm, a szárai 15 cm hosszúak.

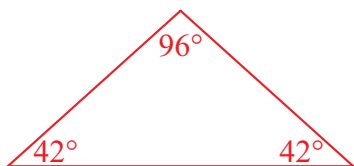
53.



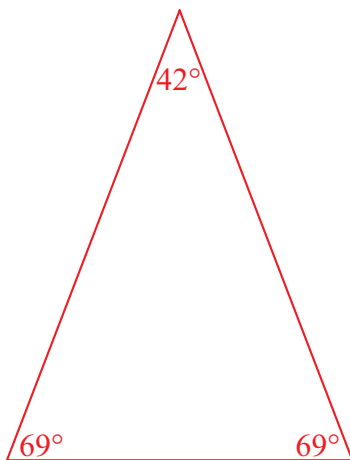
54. A háromszög szögei: 62° ; 62° ; 56° .

55. A háromszög szögei: 59° ; 59° ; 62° .

56.

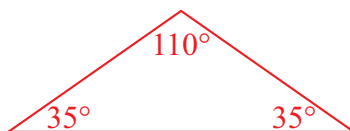


tompaszögű háromszög



hegyesszögű háromszög

57. Egy megoldás:

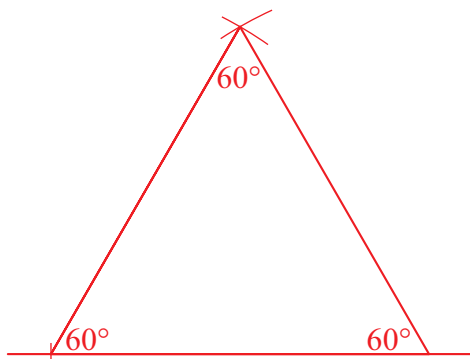


tompaszögű háromszög

58. a) 45° ; b) egyenlő; c) egyenlő szárú derékszögű háromszög.

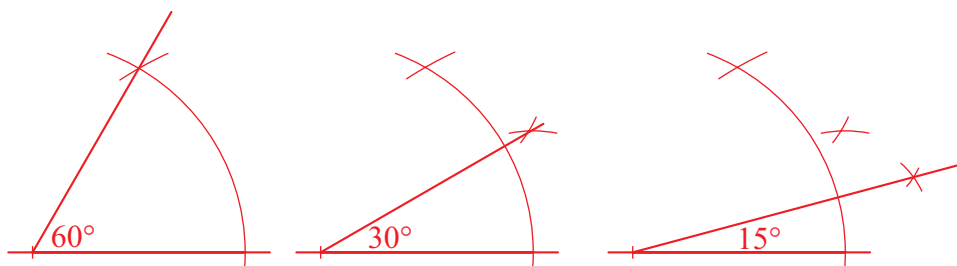
59. egyenlő szöge,
 egyenlő oldala,
 60° -osak,
 egyenlőek,
 átfogó,
 derékszög.

60. Szerkesztés:

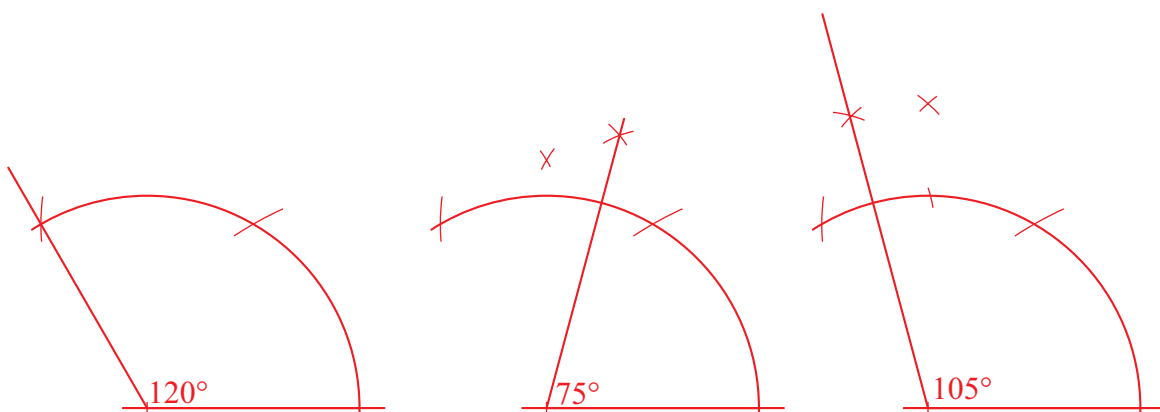


A háromszög szögei: 60° .

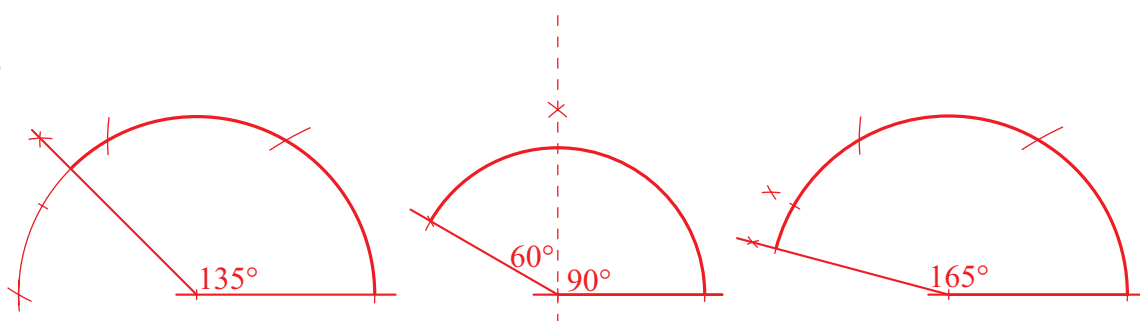
61.



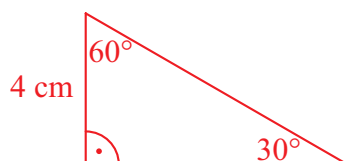
62.



63.



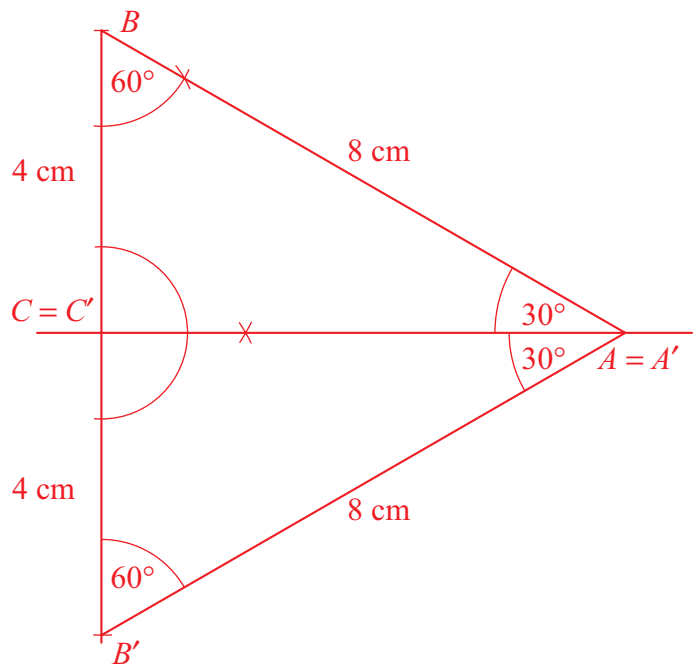
64. a) A háromszög és a tükörképe együttesen **egyenlő oldalú háromszöget** alkot.
 b) A kapott alakzat oldalai **8 cm** hosszúak.
 c) $K = 24 \text{ cm}$.



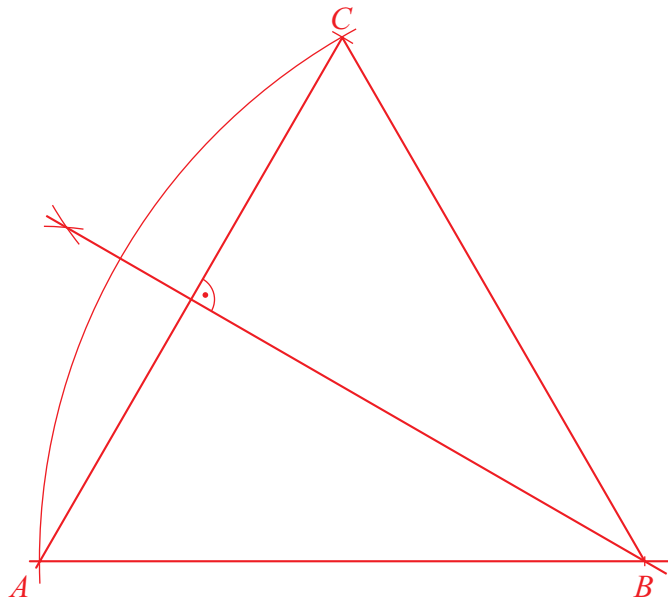
A szerkesztés menete:

1. $CB = 4$ cm szakasz felvétele.
2. A szakasz B végpontjába 60° -os szög szerkesztése.
3. A szakasz C végpontjára 90° -os szög szerkesztése.
4. A két szögcsár metszéspontja az A csúcs.

Szerkesztés:



65.



A derékszögű háromszög hegyes szögei: 30° és 60° .

A derékszögű háromszög átfogója 8 cm hosszú.

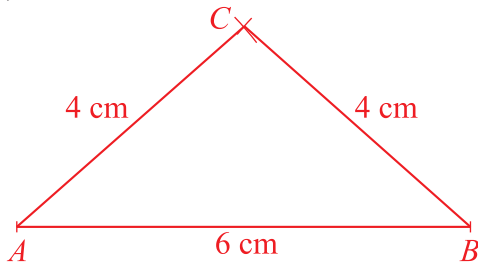
A derékszögű háromszög rövidebb befogója 4 cm hosszú.

66. $c = 10$ cm,
 $\beta = 60^\circ$,

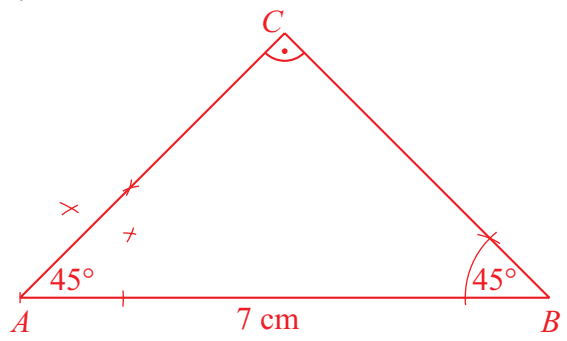
$a = 6$ cm,
 $\beta = 60^\circ$,

$\alpha = 30^\circ$,
 $\beta = 60^\circ$.

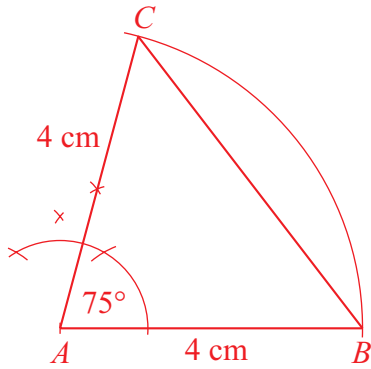
67. a)



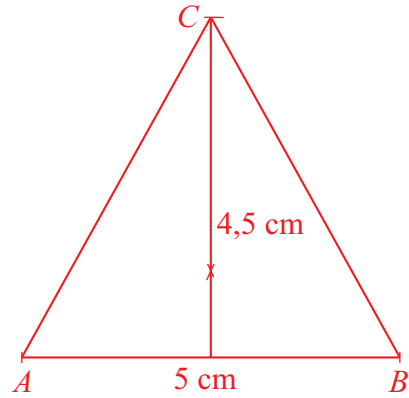
b)



c)



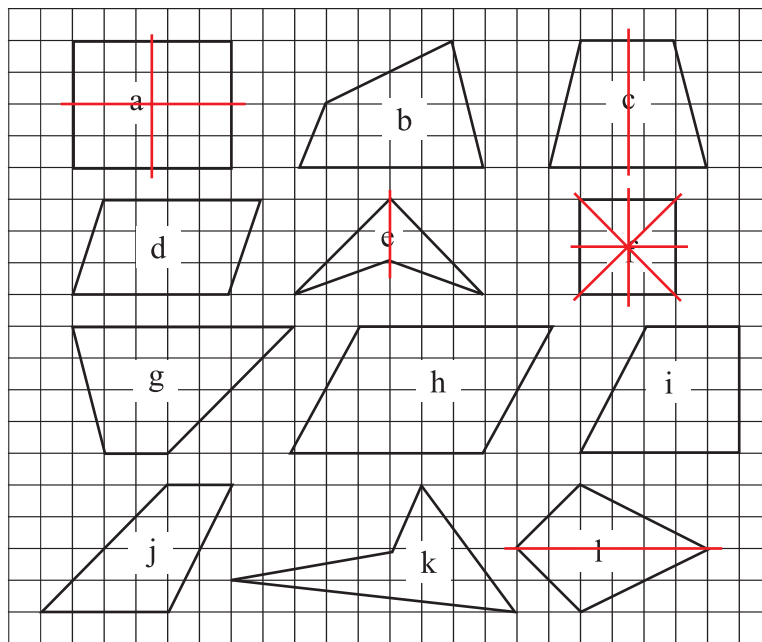
d)



e) Nem lehet megszerkeszteni!

Tengelyesen szimmetrikus négyszögek

68.

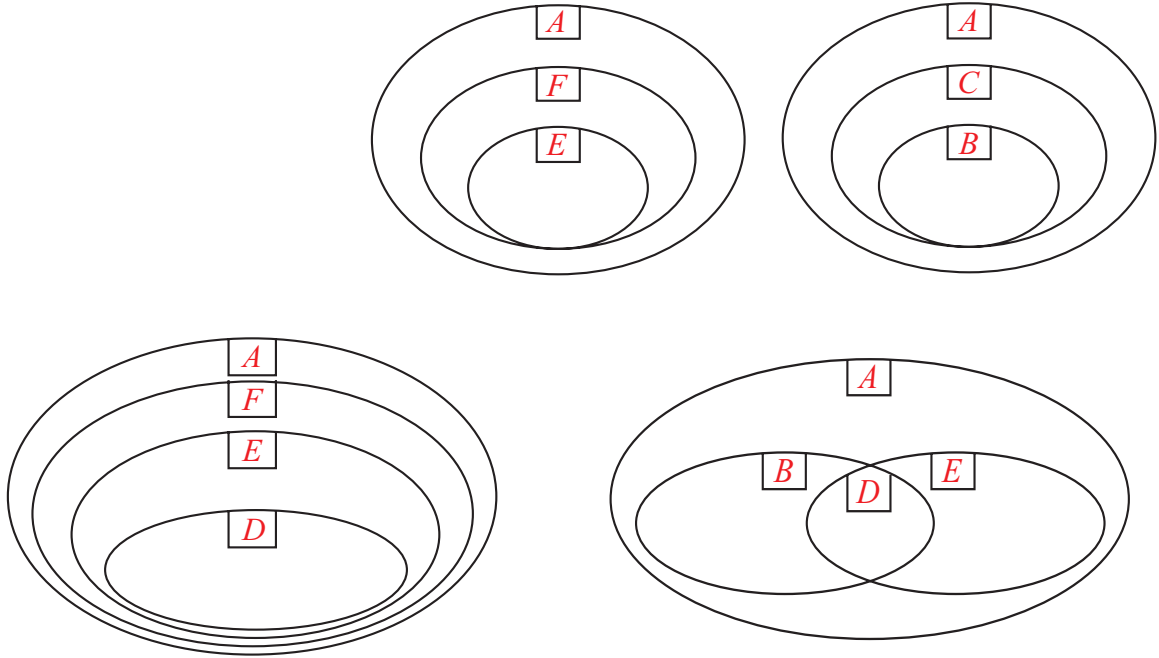


69. Deltoidra igaz: A, B, C, E, F, G, H.

Húrtrapézra igaz: A, C, D, H.

Deltoidra és húrtrapézra is igaz: A, C, H.

70.



71. a) Hamis; b) igaz; c) igaz; d) hamis; e) hamis; f) igaz; g) hamis; h) igaz; i) hamis.

72. 1. $\gamma = 105^\circ$; 2. $\beta = 65^\circ, \gamma = 105^\circ$; 3. $\alpha = 70^\circ, \beta = 105^\circ$; 4. $\beta = 110^\circ, \gamma = 70^\circ, \delta = 110^\circ$;
 5. $\alpha = 65^\circ, \beta = 115^\circ, \gamma = 65^\circ, \delta = 115^\circ$; 6. $\alpha = 70^\circ, \beta = 110^\circ, \gamma = 70^\circ, \delta = 110^\circ$;
 7. $\beta = 60^\circ, \gamma = 120^\circ, \delta = 120^\circ$; 8. $\alpha = 45^\circ, \beta = 45^\circ, \gamma = 135^\circ, \delta = 135^\circ$;

73. a) 135° és 45° ; b) 80° és 80° ; c) 46° és 156° , illetve 90° és 112° ; d) 50° és 100° ; e) 80° és 100° .

74. $K = 38$ cm.

75. A deltoid oldalai: 8,5 és 14 cm.

76. $K = 21,6$ cm.

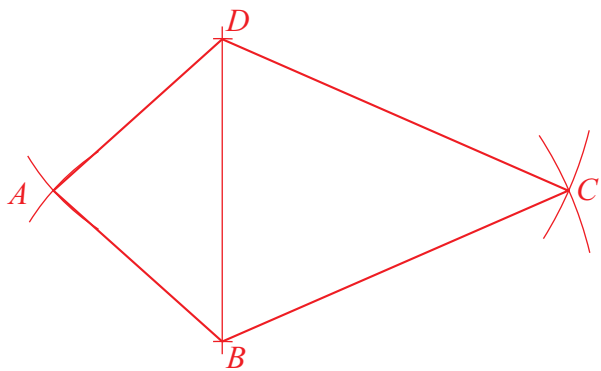
77. A rombusz oldalai: 15,6 cm.

78. $K = 22$ cm.

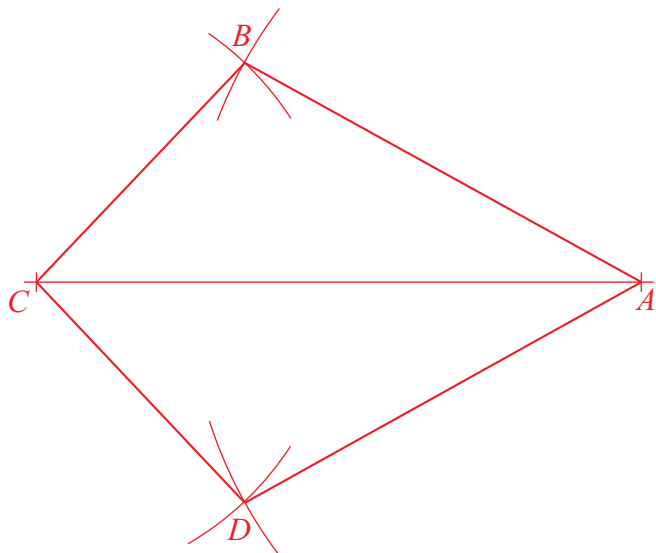
79. A húrtrapéz szárjai: 7 cm.

80. A húrtrapéz másik alapja: 24 cm.

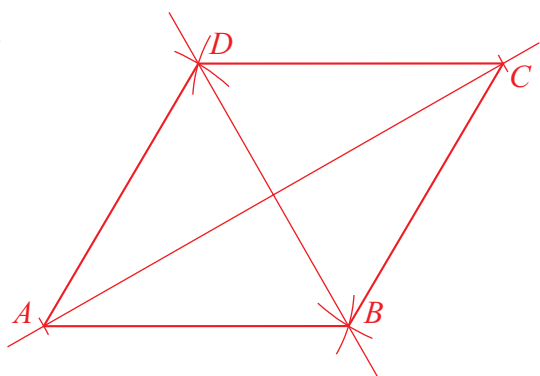
81.



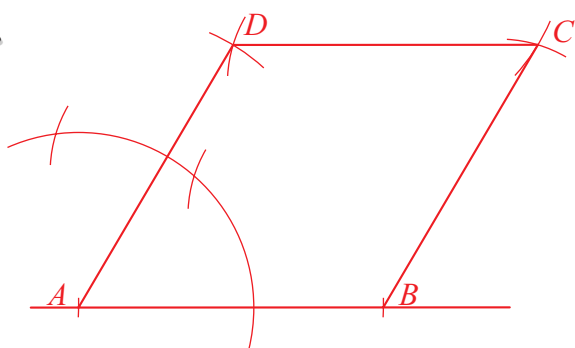
82.



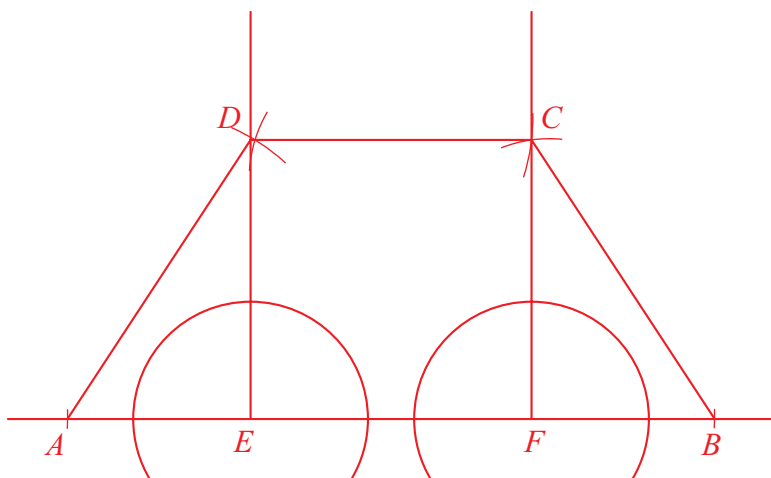
83.



84.

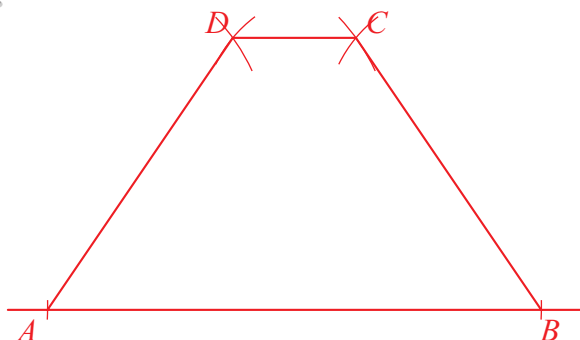


85.



1. $AB = 8$ cm szakasz feltétele.
2. Az A és B pontoktól 2-2 cm távolságban kijelölni a szakaszon az E és F pontokat.
3. A szakasz E és F pontjába 2-2 merőleges szerkesztése.
4. A középpontból 4 cm sugarú körívvel el metszeni az A -hoz közelebbi merőlegest, amelyből a D csúcs megkapható.
5. B középpontból 4 cm sugarú körívvel el metszeni a merőlegest, amelyből a C csúcs megkapható.
6. Összekötni a csúcsokat.

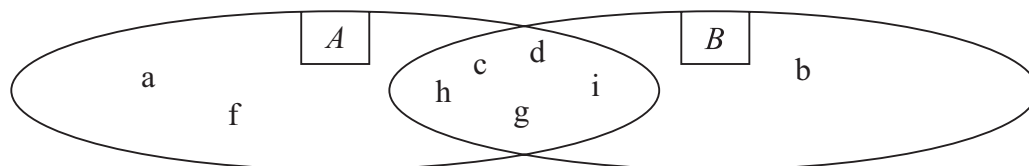
86.



1. $ABC \triangle$ megszerkesztése a 3 adatból.
2. $ABD \triangle$ szerkesztése.
3. D és C csúcs összekötése.

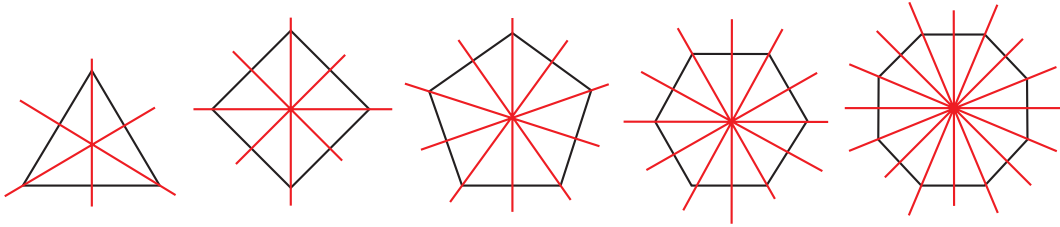
Szabályos sokszögek

87.



A két halmaz közös részére kerülő sokszögeknek minden oldala és szöge **egyenlő**.

88.



Szabályos sokszögek szimmetria tengelyeinek száma egyenlő az **oldalainak** számával.

Páros oldalszámú szabályos sokszögekben a szimmetria tengelyek a csúcsokon vagy az oldalfelező pontokon haladnak át.

Páratlan oldalszámú szabályos sokszögekben a szimmetria tengelyek a csúcsokon és a szemközti oldalak felezőpontjain haladnak át.

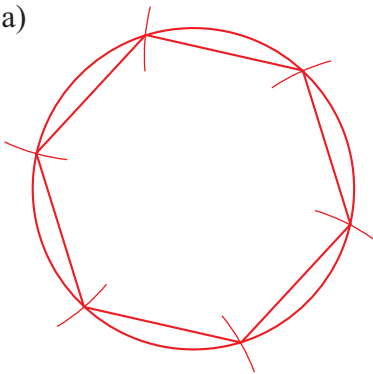
89. $\alpha = 120^\circ$, $\beta = 90^\circ$, $\gamma = 72^\circ$, $\delta = 60^\circ$.

90. A háromszögek együttesen egy szabályos tizenkészsöget alkotnak.

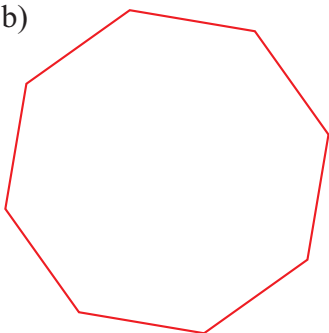
91. a) 45° ; b) 40° ; c) 36° ; d) 30° .

92. a) Igen, 3; b) igen, 20; c) igen, 10; d) nem; e) igen, 15; f) igen, 9; g) nem; h) igen, 6.

93. a)



b)



Sokszögek területe

94. $100 \cdot 10 = 1\ 000$
 $1\ 000 : 10 = 100$
 $100 \cdot 10 = 1\ 000$
 $10 \cdot 10 = 100$
 $60 \cdot 100 = 6\ 000$
 $60 \cdot 100 = 6\ 000$
 $60 \cdot 10\ 000 = 600\ 000$
 $3\ 600 \cdot 10\ 000 = 36\ 000\ 000$

95.

1 m	1 dm
1 l	1 dl
1 dm	1 cm
1 cm	1 mm
1 dkg	1 g
1 cl	1 ml

1 m	1 cm
1 kg	1 dkg
1 hl	1 l
1 cm²	1 mm ²
1 m ²	1 dm²
1 dl	1 ml

1 m	1 mm
1 kg	1 g
1 hl	1 dl
1 dm³	1 cm ³
1 cm ³	1 mm³
1 l	1 ml

96. $280 \cdot 100 = 28\ 000$
 $7\ 650 \cdot 10 = 76\ 500$
 $0,085 \cdot 100\ 000 = 8\ 500$
 $37 \cdot 10 = 370$
 $154 \cdot 100 = 15\ 400$
 $7,2 \cdot 10\ 000 = 72\ 000$

97. cl g min
l dkg h
m dm² cm³
cm ha cm³

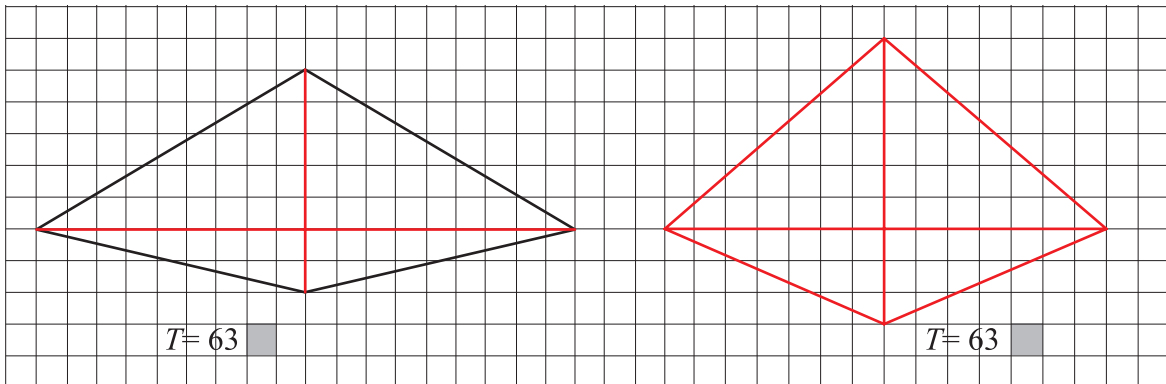
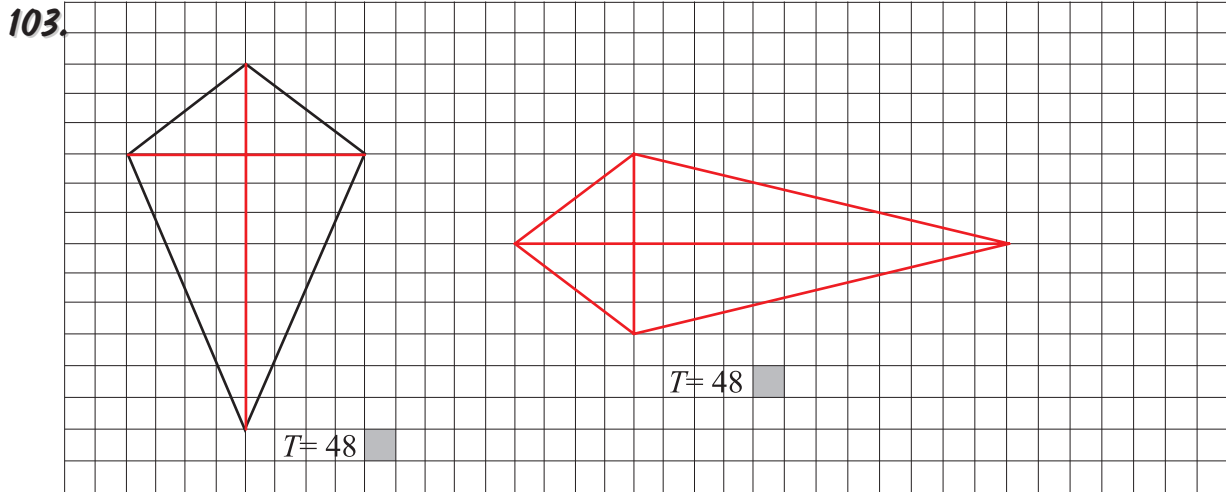
98. $4600 \cdot 0,072 = 331,2$
 $7,2 \cdot 1\ 200\ 000 = 8\ 640\ 000$
 $2500 \cdot 0,0235 = 58,75$
 $600 \cdot 35 = 21\ 000$
 $10,4 \cdot 3,25 = 33,8$
 $0,0503 \cdot 3\ 250\ 000 = 163\ 475$

99. $T_a = 17,5 \square$, $T_b = 18 \square$, $T_c = 14 \square$, $T_d = 25 \square$.

100. A derékszögű háromszög kerülete: 24 cm, területe: 24 cm².

101. a) $T = 12 \text{ cm}^2$; b) $T = 2160 \text{ cm}^2$; c) $T = 12,325 \text{ cm}^2$;
 d) $T = 0,12 \text{ dm}^2$; e) $T = 2,5 \text{ dm}^2$; f) $T = 0,045 \text{ m}^2$.

102. A hatszög területe 374,4 cm².



104. a) $T = 9 \text{ cm}^2$; b) $T = 42 \text{ dm}^2$; c) $T = 49,4 \text{ cm}^2$; d) $T = 756 \text{ cm}^2$;
 e) $T = \frac{2}{5} \text{ dm}^2$; f) $T = \frac{9}{16} \text{ dm}^2$.

105. $T = 126 \text{ cm}^2$.

106. $T = 8,1 \text{ dm}^2$.

107. $K = 10 \text{ m}$; $T = 6,25 \text{ m}^2$.

108. $T = 3,125 \text{ m}^2$.

109. $T = 63 \square$; $T = 37,5 \square$; $T = 72 \square$.

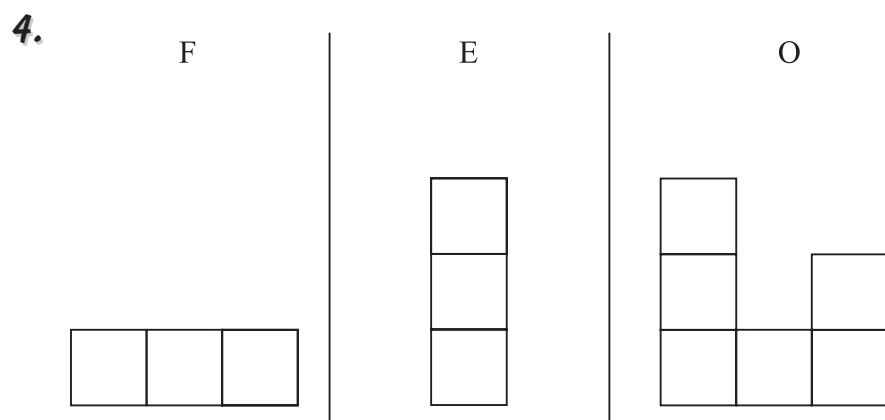
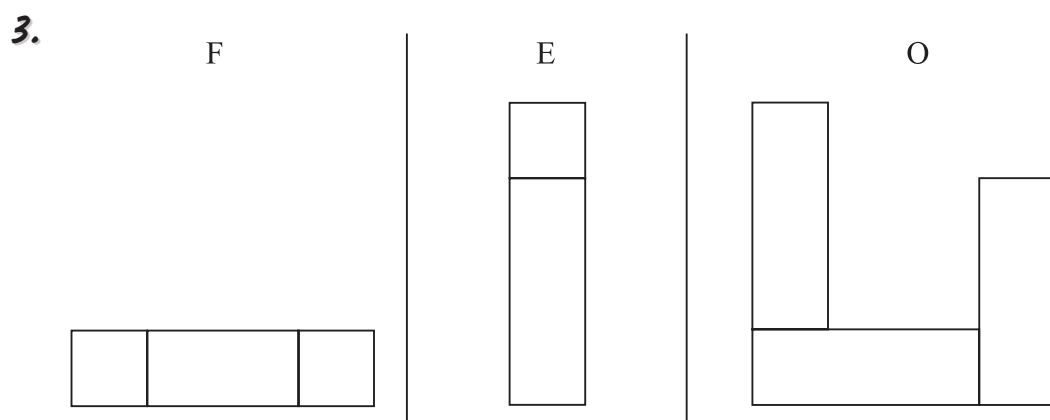
110. $T = 50 \text{ cm}^2$.

111. BC szakasz hossza: 14 cm.

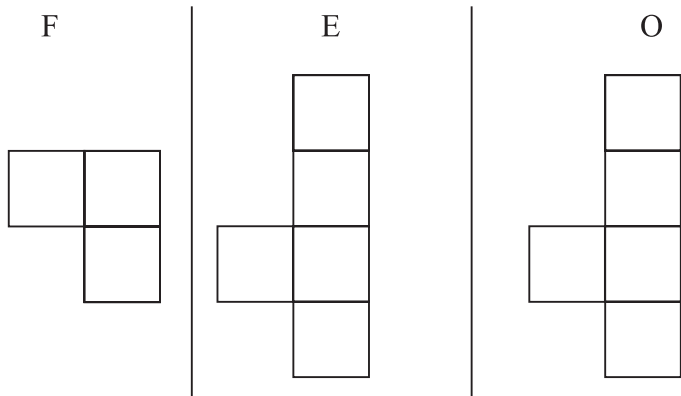
Térgeometriai alapok

- | | |
|---|---|
| <p>1. a)
lapok száma: 6
csúcsok száma: 8
élek száma: 12</p> <p>c)
lapok száma: 6
csúcsok száma: 8
élek száma: 12</p> <p>e)
lapok száma: 5
csúcsok száma: 5
élek száma: 8</p> | <p>b)
lapok száma: 6
csúcsok száma: 8
élek száma: 12</p> <p>d)
lapok száma: 5
csúcsok száma: 6
élek száma: 9</p> <p>f)
lapok száma: 8
csúcsok száma: 6
élek száma: 12</p> |
|---|---|

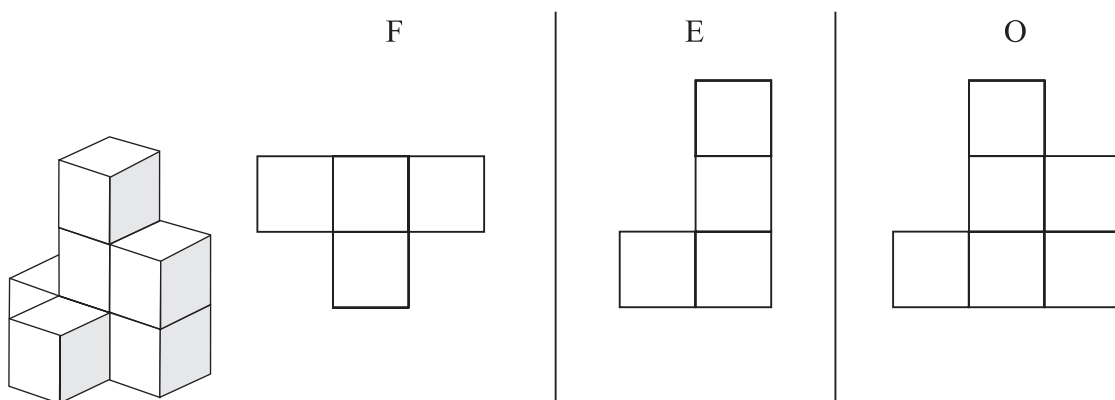
- 2.** 1. E), 2. F), 3. C), 4. D), 5. A), 6. H), 7. B), 8. G)



5.



6.



Valószínűség, statisztika

1.

	jeles	jó	közepes	elégseges	elégtelen
Jegyek száma	7	11	6	5	1

12			11						
11									
10									
9									
8	7								
7				6					
6					5				
5						5			
4									
3									
2									1
1									
	jeles		jó		közepes		elégseges		elégtelen

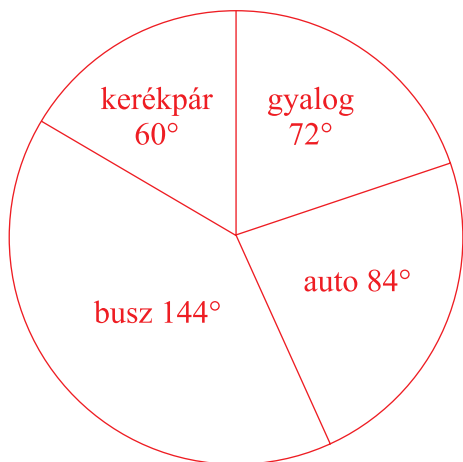
A dolgozatot **30** gyerek írta meg. Az osztályátlag **3,6**.

A legtöbb gyerek **jó** osztályzatot kapott, **elégtelen** volt a legkevesebb.

Az átlagnál **18-an** írtak jobb dolgozatot.

A legalább közepes dolgozatot írók száma **18** fővel volt több mint a legfeljebb közepes dolgozatot írók száma.

2. Válaszok: 30, 24, $\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$, $\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$



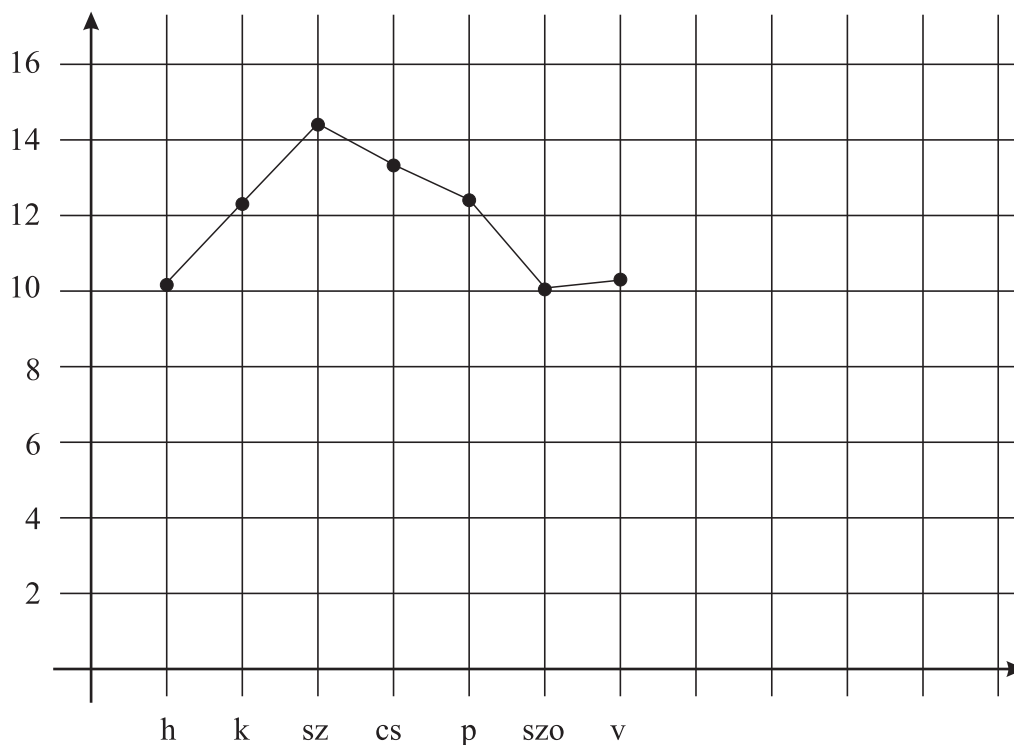
3. Válaszok: málna; nektarin, szőlő, málna; alma, körte, banán; 530 Ft

Gyümölcsfajta	banán	szőlő	körte	alma	málna	nektarin
Ár (Ft/kg)	360	420	350	280	700	480

4. a) reggel; b) este; c) délben

Válaszok: szerda; péntek; igen

	hétfő	kedd	szerda	csütörtök	péntek	szombat	vasárnap
reggel mért hőmérséklet (°C)	7	8	11	10	9	6	8
délben mért hőmérséklet (°C)	16	18	20	19	17	15	15
este mért hőmérséklet (°C)	9	11	13	11	12	9	8
napi átlag-hőmérséklet (°C)	10,6	12,3	14,6	13,3	12,6	10	10,3



Válasz: szombat

5. F_F: Peti – Zsombor (1-féle)

F_L: Peti – Kata, Peti – Zita, Peti – Ildi, Zsombor – Kata, Zsombor – Zita, Zsombor – Ildi (6-féle)

L_L: Kata – Zita, Kata – Ildi, Zita – Ildi (3-féle)

Annak a legnagyobb a bekövetkezési valószínűsége, hogy a cédulákon 1 fiú és 1 lány neve szerepel, mert **többféleképpen húzhatjuk ki a különböző nemű gyerekek neveit, mint az azonos nemű gyerekek neveit.**

Év végi tudáspróba

1. feladatsor

1. a) -8; b) 44; c) 4,2; d) $11\frac{2}{3}$; e) 7,2; f) 5,775.

2. $-\frac{3}{4} < -\frac{2}{3} < \frac{1}{4} < \frac{6}{8} < \frac{2}{3} < \frac{4}{3}$

3. a) $1\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $-1\frac{5}{12}$; d) $-\frac{1}{9}$; e) $1\frac{11}{15}$; f) $1\frac{7}{9}$.

4. a) -9; b) -11,6; c) $-\frac{31}{72}$.

5. A harmadik napra **99** km maradt, ez az egész út **33** százaléka.

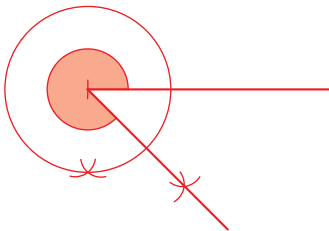
6. $x = 2$; 6.

7. $(720; 1800) = 360$, $[720; 1800] = 3600$, $\frac{720}{1800} = \frac{2}{5}$.

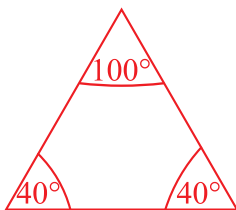
8. Az árcsökkenés **15** százalékos!

9. Kilenc kertész **25** óra alatt ásná fel a kertet!

10.



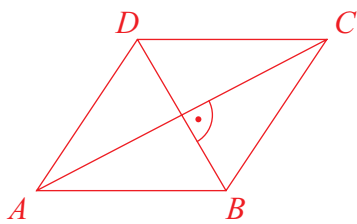
11.



$$\alpha = 100^\circ, \beta = 40^\circ, \gamma = 40^\circ.$$

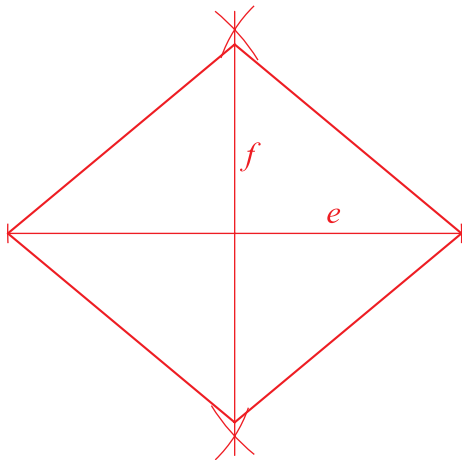
12. a) I; b) H; c) H; d) I; e) I; f) I; g) H; e) I.

13.



$$e = 6 \text{ cm}$$

$$f = 5 \text{ cm}$$



$$a = 3,8 \text{ cm}$$

$$K = 15 \text{ cm}$$

$$T = 15 \text{ cm}^2$$

14. $573 \text{ dm} = 5730 \text{ cm}$, $46,8 \text{ mm}^2 = 0,468 \text{ cm}^2$,

$105 \text{ m}^2 = 1\,050\,000 \text{ cm}^2$, $7 \text{ dm}^2 2 \text{ cm}^2 = 702 \text{ cm}^2$,

$23 \text{ ha} = 23\,000\,000 \text{ cm}^2$, $0,24 \text{ km}^2 = 24 \text{ ha}$.

15. A gondolt szám 114.

2. feladatsor

1. a) 0,048; b) $3\frac{3}{5}$; c) 18,4; d) 2,0355.

2. $-(+0,35) < -0,3 < \frac{3}{5} < \frac{2007}{2007} < |-1,6| < 3,5$

3. a) $-\frac{7}{20}$; b) $\frac{22}{63}$; c) $-\frac{7}{15}$; d) $1\frac{1}{8}$; e) -1,37; f) 2,21; g) 15,66; h) 1,35.

4. a) 58; b) 9,9; c) $-\frac{29}{30}$.

5. A $18,9 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}$ nagyobb 1,8-del.

6. Eredetileg **1800** forintom volt.

7.

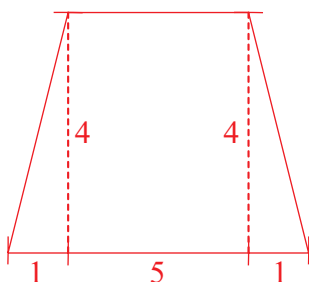
	2-vel	3-mal	5-tel	4-gyel	25-tel	10-zel	20-szal	50-nel	100-zal
8 700	I	I	I	I	I	I	I	I	I
775	N	N	I	N	I	N	N	N	N
64 316	I	N	N	I	N	N	N	N	N

8. Bori anyukája **2250** forintot fizetett a húsért.

9. **18** díjat kapott az öt gyerek összesen. A legtöbb díjat **Lajos** kapta.
A beküldött és díjazott rajzok aránya **Zsófi** esetében volt a legnagyobb.

10. A deltoid szögei: 130° ; 130° ; 70° ; 30° .

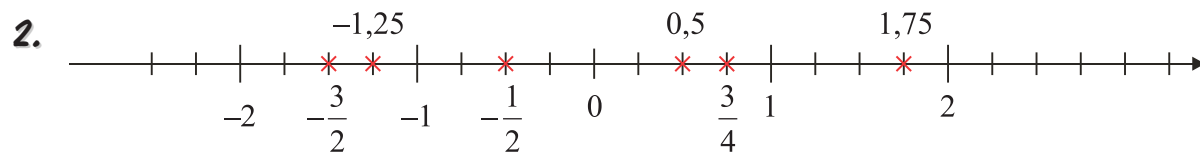
11. $T = 16 \text{ cm}^2$.



12. Nincs ilyen szám.

3. feladatsor

1. a) $\frac{4}{75}$; b) $\frac{36}{10}=3,6$; c) 18,4; d) 2,0355.



3. a) $-\frac{8}{63}$; b) $+\frac{62}{63}$; c) $+\frac{3}{5}$; d) $-1\frac{1}{6}$; e) $1\frac{1}{4}$; f) 3,3; g) 0,392.

4. a) 61; b) $\frac{3}{20}$; c) $-1\frac{3}{14}$; d) 8,152.

5. $x = 2$; 8.

6. A rádióért most **20 696** forintot kell fizetni. 4% növekedés.

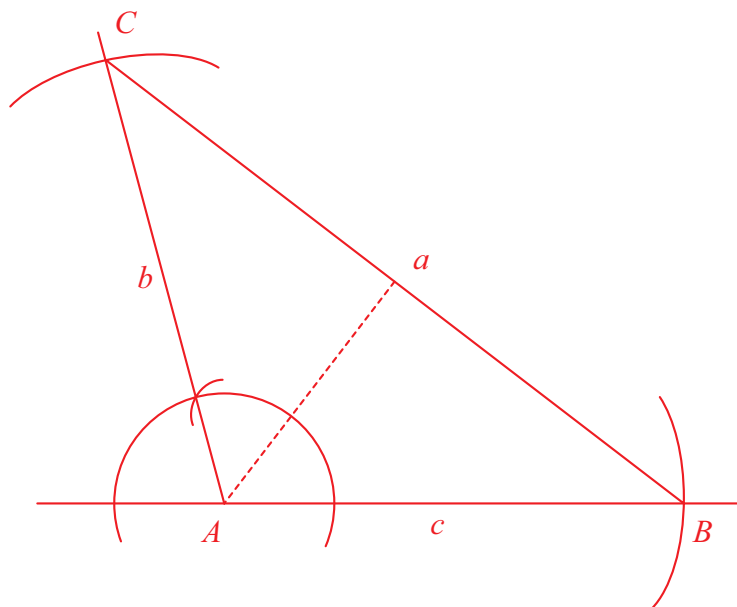
7. A 7 éves 3500 Ft-ot, a 13 éves 6500 Ft-ot kapott.

8. a) $b_V = 67,5$ m;
b) Jenő bácsinak kell több anyagot vásárolnia.

9. $\alpha = 135^\circ$

10. $650 \text{ dm}^2 = 6,5 \text{ m}^2$, $6,2 \text{ ha} = 62\,000 \text{ m}^2$, $0,3 \text{ dm}^2 = 30 \text{ cm}^2$, $82\,0000 \text{ mm}^2 = 82 \text{ dm}^2$.

11.



$$K = 21,5 \text{ cm} \quad T = 16,625 \text{ cm}^2$$

12. Az a osztályba 25, a b -be 30 és a c -be 22 gyerek jár.